

Test de rentrée

Exercice 1. (a) Un pharmacien a $0,02 \text{ dm}^3$ d'une solution qui contient une concentration de glucose à 25%. Combien de ml de glucose doit-il ajouter pour obtenir une concentration à 60% ? Justifier.

(b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation $2 \cos^2(x) = 5 \sin(x) - 1$.

(c) Déterminer si les séries suivantes convergent et déterminer la somme des séries convergentes :

$$\sum_{m=1}^{+\infty} \left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right]^m, \quad \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{(\ln 3)^m}{m!} \quad \text{et} \quad \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{m!}{m^2}.$$

Exercice 2. Calculer si possible les intégrales suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_0^\pi \frac{dx}{\cos^2(x)} & \text{(b)} \int_0^{\pi/4} \sin(x) \cos(3x) dx & \text{(c)} \int_0^1 \exp(-i\pi x) dx \\ \text{(d)} \int_{-\infty}^0 e^{ix} dx & \text{(e)} \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2} & \text{(f)} \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2(x)}} \end{array}$$

Exercice 3. (a) Calculer si possible l'intégrale double

$$\int_0^1 \left(\int_{\sqrt[6]{y}}^1 \sqrt{\frac{1+x^4}{y}} dx \right) dy.$$

(b) Calculer si possible l'intégrale double

$$\iint_R \frac{dx dy}{xy}$$

où R est la région bornée du premier quadrant comprise entre la droite d'équation $y = x$ et la parabole d'équation $y = x^2$.

(c) Calculer si possible l'intégrale double

$$\iint_E y e^x dx dy$$

où E est l'ensemble hachuré dans la représentation graphique ci-dessous.

