

0. Compléments au calcul intégral

Exercice 1. Calculer si possible les intégrales suivantes :

- (a) $\int_0^1 \frac{x^a - x^b}{\ln(x)} dx$ pour tous $a, b > 1$,
(b) $\int_0^{+\infty} e^{-bx} \frac{\sin(ax)}{x} dx$ pour tous $a \in \mathbb{R}$ et $b > 0$,
(c) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(ax)}{x^2 + b^2} dx$ pour tous $a, b > 0$.

Exercice 2. (a) Soit $\Omega =]0, +\infty[\times]0, +\infty[$. Montrer que la fonction f définie par

$$f(x, y) = \frac{1}{(1+y)(1+yx^2)}$$

est intégrable sur Ω et calculer son intégrale.

(b) En déduire que la fonction

$$x \mapsto \frac{\ln(x)}{x^2 - 1}$$

est intégrable sur $]0, +\infty[$ et la valeur de son intégrale.