2ème année de bachelier en sciences physiques
ANALYSE II
Transformée de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$

Exercice 1. Soit $\lambda > 0$. Calculer si possible la transformée de Fourier de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \text{sign}(x)e^{-\lambda|x|}, & \text{b) } f(x) &= e^{-\lambda x}\chi_{]0,+\infty[}(x), & \text{c) } f(x) &= e^{-x^2}, \\ \text{d) } f(x) &= \frac{1}{x+i}, & \text{e) } f(x) &= \frac{x}{1+x^2}. \end{aligned}$$

Pour chacune des transformées de Fourier, préciser s'il s'agit de la transformée de Fourier dans $L^1(\mathbb{R})$ ou $L^2(\mathbb{R})$.

Exercice 2. Vérifier que l'on a

$$\int_{\mathbb{R}} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^2 dx = \pi.$$