

2ème année de bachelier en sciences physiques
ANALYSE II
Test de rentrée, septembre 2010

Exercice 1. a) Un laborantin doit préparer une solution de 18 ml qui contient 3% de glucose. Il a deux types de solution à sa disposition, l'une contenant 10% de glucose et l'autre seulement 1%. Combien de ml de chaque type de solution doit-il prendre pour obtenir ce qu'il désire ?

b) Une marchandise vendue à un prix p est soldée durant le mois de janvier à -10% , coûtant ainsi p' . Après la période des soldes, la marchandise n'a pas été vendue et le vendeur augmente le prix p' de 10% ; la marchandise vaut alors p'' . Un acheteur potentiel, qui ne peut se déplacer durant la période des soldes a-t-il intérêt à acheter la marchandise avant ou après cette période ? Pourquoi ?

Exercice 2. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation

$$\sin(2x) = \cos(x).$$

Exercice 3. Déterminer la somme des séries

$$\sum_{m=1}^{+\infty} \left[\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right]^{m/2}, \quad \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{(\ln 3)^m}{m!} \quad \text{et} \quad \sum_{m=2}^{+\infty} \frac{1}{m(m+1)}.$$

Exercice 4. Esquisser le graphique et déterminer les foyers et l'excentricité de la conique d'équation cartésienne

$$25y^2 - 4x^2 - 100 = 0.$$

Exercice 5. Déterminer l'approximation polynomiale à l'ordre 1, 2 et 3 en 0 de la fonction sinus. Représenter le sinus et les approximations dans un même repère orthonormé.

Exercice 6. Calculer (si possible) la limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x)}{x}.$$

Exercice 7. Calculer (si possible) les intégrales suivantes :

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \int_0^\pi \frac{dx}{\cos^2(x)} & \text{(b)} \int_0^{\pi/4} \sin(x) \cos(3x) dx & \text{(c)} \int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx & \text{(d)} \int_0^{+\infty} x e^{-3x^2} dx \\ \text{(e)} \int_2^{+\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} dx & \text{(f)} \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2} & \text{(g)} \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1 - \ln^2(x)}} \end{array}$$

Exercice 8. Représenter graphiquement dans un repère orthonormé l'ensemble

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < x^2\}$$

et calculer, si possible, l'intégrale double

$$\iint_E \frac{x^2 y}{(4x^2 + y^2)^2} dx dy.$$