Analyse II

Matière (théorie) relative au chapitre consacré aux fonctions (holomorphes) d'une variable complexe

---

1. Définition d'une fonction holomorphe. Caractérisation à l'aide de l'équation de Cauchy-Riemann. Enoncés et preuves (ce qui a été fait ou suggéré au cours).
2. Propriétés générales relatives aux fonctions holomorphes (composition, annulation, ...). Enoncés et preuves (ce qui a été fait ou suggéré au cours).
   Connaître les fonctions holomorphes élémentaires et comment les utiliser.
3. La représentation intégrale de Cauchy pour les fonctions holomorphes. Enoncé et preuve.
4. Conséquences de la représentation intégrale de Cauchy:
   - dérivabilité (C_∞) d'une fonction holomorphe, holomorphie de ses dérivées partielles, représentation intégrale des dérivées;
   - théorème de Liouville: caractérisation des fonctions entières avec bornation "polynomiale".
   Enoncés et preuves (ce qui a été fait ou suggéré au cours).
5. Séries de puissances: definition et propriétés. Enoncés.
   Développement en série de puissances d'une fonction holomorphe (série de Taylor). Enoncés et preuves (ce qui a été fait ou suggéré au cours).
6. Zéros d'une fonction holomorphe : définition, caractérisation.
   Propriétés spécifiques relatives aux zéros d'ordre fini ou d'ordre infini ("zéros isolés" ; égalités prolongées par holomorphie).
   Enoncés et preuves (ce qui a été fait ou suggéré au cours).
7. Théorème de Laurent: énoncé.
   Singularités isolées : énoncés et preuves (ce qui a été fait ou suggéré au cours).
8. Propriétés relatives aux deux types de singularités isolées (singularité de type pôle et singularité essentielle): énoncés et utilisation dans des exercices.
9. Le théorème des résidus: énoncé et preuve.
10. Quelques applications: transformations conformes, transformation de Laplace et inverse. Définitions et utilisation dans des exercices.