

**QCM** Les réponses correctes sont en gras

Question 1 Quand on dit qu'un capital (en EUR) a diminué de 20%, ce capital est

- 1) multiplié par 0,2
- 2) multiplié par 0,5
- 3) **divisé par 1,25**
- 4) divisé par 0,25
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 2 Si  $r$  est un réel strictement négatif, alors  $|r - 1| - 1$  vaut

- 1)  $-2 - r$
- 2)  $2 - r$
- 3)  $-2 + r$
- 4)  $2 + r$
- 5) **aucune des réponses précédentes n'est correcte**

Question 3 Parmi les affirmations suivantes, laquelle est exacte?

- 1) Le cosinus d'un réel n'existe que si ce réel appartient à l'intervalle  $[-1, 1]$
- 2) Le cosinus d'une somme de réels est égal à la somme des cosinus de ceux-ci
- 3) **Le cosinus d'un réel est un réel de l'intervalle  $[-1, 1]$**
- 4) L'équation  $\cos^2 x + \cos x - 6 = 0$  en l'inconnue réelle  $x$  possède deux solutions appartenant à  $[0, 2\pi]$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 4 Parmi les affirmations suivantes, laquelle est exacte?

- 1) Si le produit de deux réels est égal à 1 alors l'un d'eux est inférieur ou égal à 1 et l'autre est supérieur ou égal à 1
- 2) Si le produit de deux réels est strictement positif, alors leur somme est strictement positive
- 3) Deux réels qui ont même carré sont égaux
- 4) **La valeur du carré d'un réel strictement positif et inférieur à 1 est plus petite que la valeur du réel**
- 5) La valeur du carré d'un réel strictement positif et inférieur à 1 est plus grande que la valeur du réel

Question 5 Dans un repère orthonormé, l'équation cartésienne  $x^2 + 2x + y^2 = 0$  est l'équation

- 1) d'une droite
- 2) **d'un cercle**
- 3) d'une hyperbole
- 4) d'une parabole
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 6 La partie imaginaire du conjugué du complexe  $1 - i^5$  est égale à

- 1) 1
- 2) -1
- 3) i
- 4) -i
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 7 Le réel  $\ln\left(\frac{e^2}{4}\right) + \ln(2e)$  est égal à

- 1)  $4 + \ln 2$
- 2)  $2 - 4 \ln 2$
- 3)  $3 - \ln 2$
- 4)  $2 + 3 \ln 2$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 8 Parmi les polynômes (en  $z$ ) donnés explicitement ci-dessous, lequel a  $\sqrt{2} + 1$  comme zéro?

- 1)  $z^2 - z + 7$
- 2)  $z^3 + z + 1$
- 3)  $z^3 - 5z - 2$
- 4)  $2z^3 - 5z^2$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 9 Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte?

- 1) Une fonction convexe n'est jamais croissante
- 2) Le graphique d'une fonction croissante intersecte toujours l'axe des abscisses
- 3) **Le graphique d'un polynôme du second degré intersecte toujours l'axe des ordonnées**
- 4) Un polynôme du second degré est une fonction monotone
- 5) Un polynôme du second degré est une fonction injective

Question 10 Combien vaut le réel  $\arccos\left(\cos \frac{9\pi}{7}\right)$ ?

- 1)  $\frac{9\pi}{7}$
- 2)  $\frac{5\pi}{7}$
- 3)  $\frac{2\pi}{7}$
- 4)  $\frac{\pi}{7}$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

### Questions ouvertes

A) On donne une fonction  $f$ , définie sur l'intervalle  $[0, 1]$ . Quand dit-on que  $f$  est croissant sur  $[0, 1]$ ?

Exprimer la réponse (i) en français et (ii) en langage mathématique.

B) Résoudre l'inéquation ( $x$  est l'inconnue réelle)

$$\frac{|1-x|}{x^2-1} \geq x-1$$

A) Cf cours et syllabus

B) Si  $1 > x$  alors  $|1 - x| = 1 - x$ , l'inéquation est équivalente à  $\frac{1}{x^2-1} \geq -1$  et on a

$$\left\{ \begin{array}{l} x < 1 \\ \frac{1}{x^2-1} \geq -1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x < 1 \\ \frac{1}{x^2-1} + 1 \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x < 1 \\ \frac{x^2}{x^2-1} \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x < -1.$$

Si  $1 < x$  alors  $|1 - x| = x - 1$ , l'inéquation est équivalente à  $\frac{1}{x^2-1} \geq 1$  et on a

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ \frac{1}{x^2-1} \geq 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ 1 \geq x^2 - 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ 2 \geq x^2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow x \in ]1, \sqrt{2}].$$

Les solutions de l'inéquation sont donc les réels de l'ensemble

$$]-\infty, -1[ \cup \{0\} \cup ]1, \sqrt{2}].$$

**QCM** Les réponses correctes sont en gras

Question 1 Quand on dit qu'un capital (en EUR) a diminué de 20%, ce capital est

- 1) multiplié par 0,2
- 2) multiplié par 0,5
- 3) **divisé par 1,25**
- 4) divisé par 0,25
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 2 Si  $r$  est un réel strictement négatif, alors  $|r - 1| - 1$  vaut

- 1)  $-2 - r$
- 2)  $2 - r$
- 3)  $-2 + r$
- 4)  $2 + r$
- 5) **aucune des réponses précédentes n'est correcte**

Question 3 Parmi les affirmations suivantes, laquelle est exacte?

- 1) Le cosinus d'un réel n'existe que si ce réel appartient à l'intervalle  $[-1, 1]$
- 2) Le cosinus d'une somme de réels est égal à la somme des cosinus de ceux-ci
- 3) **Le cosinus d'un réel est un réel de l'intervalle  $[-1, 1]$**
- 4) L'équation  $\cos^2 x + \cos x - 6 = 0$  en l'inconnue réelle  $x$  possède deux solutions appartenant à  $[0, 2\pi]$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 4 Parmi les affirmations suivantes, laquelle est exacte?

- 1) Si le produit de deux réels est égal à 1 alors l'un d'eux est inférieur ou égal à 1 et l'autre est supérieur ou égal à 1
- 2) Si le produit de deux réels est strictement positif, alors leur somme est strictement positive
- 3) Deux réels qui ont même carré sont égaux
- 4) **La valeur du carré d'un réel strictement positif et inférieur à 1 est plus petite que la valeur du réel**
- 5) La valeur du carré d'un réel strictement positif et inférieur à 1 est plus grande que la valeur du réel

Question 5 Dans un repère orthonormé, l'équation cartésienne  $x^2 + 2x + y^2 = 0$  est l'équation

- 1) d'une droite
- 2) **d'un cercle**
- 3) d'une hyperbole
- 4) d'une parabole
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 6 Le réel  $\ln\left(\frac{e^2}{4}\right) + \ln(2e)$  est égal à

- 1)  $4 + \ln 2$
- 2)  $2 - 4 \ln 2$
- 3)  $3 - \ln 2$
- 4)  $2 + 3 \ln 2$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 7 Parmi les polynômes (en  $z$ ) donnés explicitement ci-dessous, lequel a  $\sqrt{2} + 1$  comme zéro?

- 1)  $z^2 - z + 7$
- 2)  $z^3 + z + 1$
- 3)  $z^3 - 5z - 2$
- 4)  $2z^3 - 5z^2$
- 5) aucune des réponses précédentes n'est correcte

Question 8 Parmi les affirmations suivantes, laquelle est correcte?

- 1) Une fonction convexe n'est jamais croissante
- 2) Le graphique d'une fonction croissante intersecte toujours l'axe des abscisses
- 3) **Le graphique d'un polynôme du second degré intersecte toujours l'axe des ordonnées**
- 4) Un polynôme du second degré est une fonction monotone
- 5) Un polynôme du second degré est une fonction injective

### Questions ouvertes

A) On donne une fonction  $f$ , définie sur l'intervalle  $[0, 1]$ . Quand dit-on que  $f$  est croissant sur  $[0, 1]$ ?

**Exprimer la réponse (i) en français et (ii) en langage mathématique.**

Voir cours et syllabus

B) **Résoudre l'inéquation dans  $[0, 2\pi]$  ( $x$  est l'inconnue réelle)**

$$2 \sin^2 x \leq \cos(2x)$$

Pour tout réel  $x$ , on a  $\cos(2x) = 1 - 2 \sin^2 x$  donc on a, en supposant  $x \in [0, 2\pi]$ ,

$$2 \sin^2 x \leq \cos(2x) \Leftrightarrow \sin^2 x \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}, 2\pi\right]$$

Les solutions demandées sont donc les réels de l'ensemble

$$\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}, 2\pi\right]$$