

REMARQUES

- ne pas oublier d'utiliser le JdeB!! (données, auto-évaluation)
- succession des matières : voir nouvelles notes de cours
- les étoiles : uniquement avec physiciens et informaticiens (en fonction du timing)

Matière : suite du chapitre 2 (et déjà chapitre 3 pour certaines parties : plusieurs parties du chapitre 3, vu son contenu, sont vues « en parallèle » avec le chapitre 2)

Exercices sur la matière vue au cours

1. Représenter graphiquement les fonctions données explicitement ci-dessous, toutes définies sur $\mathbb{R}$

$$f_1(x) = -x^2 - 2x + 3, \quad f_2(x) = |-x^2 - 2x + 3|, \quad f_3(x) = -|x|^2 - 2|x| + 3$$

$$f_4(x) = -f_1(x), \quad f_5(x) = f_1(x+1), \quad f_6(x) = f_1(x) + 1.$$

2. (*) Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous, ainsi que leur image (x est une variable réelle). Dans chaque cas, déterminer la fonction inverse, si elle existe.

$$f_1(x) = x + 1, \quad f_2(x) = \frac{1}{x^2}, \quad f_3(x) = |x|.$$

3. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous

$$\frac{1}{1 - |x - 1|}, \quad \ln(-x^2 + 2x + 3), \quad \sqrt{\frac{1-x}{2-x}}, \quad \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2-x}}, \quad \ln(1 - e^x)$$

$$\ln(x + \sqrt{1+x^2}), \quad \arcsin(x^2 - 1), \quad \operatorname{arctg}(\ln x)$$

4. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous et les représenter graphiquement (uniquement en se servant des symétries et des représentations graphiques de $\ln$ et de l'exponentielle).

$$-\ln x, \quad \ln\left(\frac{1}{|x|}\right), \quad |\ln x|, \quad \exp(-x), \quad \exp(x-1), \quad (\exp x) - 1.$$

5. Décomposer les fractions rationnelles suivantes en fractions rationnelles simples à coefficients réels.

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1}, \quad \frac{1}{-x^2 - 2x + 3}, \quad \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}, \quad \frac{1}{x(x^2 + 2x + 1)}, \quad \frac{x^3}{x^3 - 1}.$$

Exercices « de calcul et raisonnement élémentaires »

1. Un cycliste part de Bruxelles à 4 h du matin et roule en moyenne à 12 km/h. A quelle heure arrive-t-il à Liège si la distance entre ces deux villes est de 100 km ? (Rép. : 12 h 20)
2. Un chimiste a 10 ml d'une solution qui contient une concentration d'acide à 25 %. Il ajoute x ml d'acide pur pour augmenter la concentration à 40 %. Alors x vaut

☐ 0,5 ml ☐ 1 ml ☐ 1,5 ml ☐ 2 ml ☐ aucune des réponses proposées n'est correcte

Exercices pour TD ou « devoirs »

1. Un chimiste doit préparer une solution de 15 ml qui contient 2 % d'un élément actif. Dans son stock, il ne possède qu'une solution à 10 % et une autre à 1 %. Si q_1 (resp. q_2) est le nombre de ml de la solution à 10 % (resp. 1 %) à prendre pour obtenir la solution souhaitée alors $q_1 - q_2$ vaut

$\square -\frac{35}{3}$ $\square -\frac{31}{3}$ $\square \frac{31}{3}$ $\square \frac{35}{3}$ $\square$ aucune des réponses proposées n'est correcte

2. Une rivière coule au pied d'une falaise du haut de laquelle on laisse tomber une pierre. On entend l'impact 6 secondes après l'avoir lâchée. La distance d en m parcourue par la pierre jusqu'à la rivière en t secondes est donnée par $d = \frac{1}{2}gt^2$ où $g = 10 \text{ m/s}^2$ et la vitesse du son est de 330 m/s. Alors, la hauteur de la falaise vaut approximativement

$\square 45 \text{ m}$ $\square 90 \text{ m}$ $\square 180 \text{ m}$ $\square 200 \text{ m}$ $\square$ aucune des réponses proposées n'est correcte

3. Exprimer en km/h une vitesse de 1 mètre par seconde

4. Le nouveau record du monde du 100m qui vient d'être établi au cours des jeux olympiques 2008 est de 9,72 secondes. Parmi la liste des vitesses ci-dessous, sélectionner celle dont la valeur vous semble la plus proche de celle qui correspond au record

17 km/h $\square$ 27 km/h $\square$ 37 km/h $\square$ 17 m/s $\square$ 27 m/s $\square$ 37 m/s $\square$

5. Après une semaine de pluie, on constate que l'on a récolté approximativement 20 litres d'eau par mètre carré, avec une erreur relative de 1%. A combien de litres cela correspond-il en réalité?

6. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous

$\arcsin(x^2 + 1)$	$\arccos\left(\frac{1}{x+1}\right)$	$\arccos(2x + 1)$	$\arcsin(x^2 + x + 1)$
$\ln(x - \sqrt{1 - x^2})$	$\ln(\arcsin x)$	π^x	x^π
$\text{arctg}(\ln x)$	$\frac{1}{\ln x + 1}$		

7. Déterminer où les fonctions données explicitement ci-dessous sont définies, si elles sont paires (resp. impaires) et si elles sont périodiques (en donner alors la période)

$|x|$, $-|x|$, $|x + 1|$, $\cos(\sin x)$, $\sin(x + \frac{\pi}{35})$, $\cos(\pi x)$

$|\sin(x + 1)|$, $1 + \sin x$, $\text{tg}(\pi x)$

8. Décomposer les fractions suivantes en fractions rationnelles simples à coefficients réels

$\frac{2x + 3}{1 + x}$, $(*) \frac{1}{1 + x^4}$, $\frac{1}{3x^2 - 4x + 1}$, $\frac{x^2}{x + 1}$

9. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous et les représenter graphiquement (uniquement en se servant des symétries et des représentations graphiques de $\exp$, $\ln$).

$\frac{\ln x^2}{2}$, $\ln\left(\frac{1}{x}\right)$, $|2 \sin x \cos x|$.

10. (*) Résoudre (x est l'inconnue réelle) $\text{arctg}(\text{tg } x) = x - \pi$

11. La fonction $x \mapsto \ln x^2$ et la fonction $x \mapsto \ln(|x|)$ ont le même domaine de définition Vrai $\square$ Faux $\square$

12. La fonction $x \mapsto \arccos(\sin x)$ est définie sur $\mathbb{R}$ Vrai $\square$ Faux $\square$

13. La fonction $x \mapsto \text{arctg}(\sin x)$ est définie sur $\mathbb{R}$ Vrai $\square$ Faux $\square$

14. La fonction $x \mapsto \text{arctg } x$ est périodique Vrai $\square$ Faux $\square$

15. La fonction $x \mapsto \arccos(\sin x)$ est périodique Vrai $\square$ Faux $\square$

16. La fonction $x \mapsto \arccos x$ est paire Vrai $\square$ Faux $\square$

17. La fonction $x \mapsto \arcsin x$ est impaire Vrai $\square$ Faux $\square$

18. La fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \arcsin x^2$ est injective Vrai $\square$ Faux $\square$

19. La fonction $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \arcsin x$ est surjective Vrai $\square$ Faux $\square$

- | | | |
|--|-------------------------------|-------------------------------|
| 20. La fonction $f : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad x \mapsto \arcsin x^2$ est surjective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 21. La fonction $f : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad x \mapsto \arcsin x$ est surjective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 22. Une fraction rationnelle simple est toujours une fraction propre | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 23. Une fonction injective est toujours surjective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 24. Une fonction surjective est toujours injective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 25. Une fonction est toujours injective ou surjective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 26. Pour que $f : A \rightarrow B$ soit injectif, il est nécessaire que f soit bijectif | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 27. Pour que $f : A \rightarrow B$ soit injectif, il est suffisant que f soit bijectif | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 28. Une fonction paire est toujours non injective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 29. Une fonction impaire est toujours non injective | Vrai ☐ | Faux ☐ |
| 30. Une fonction impaire est toujours injective | Vrai ☐ | Faux ☐ |