

Matière : une introduction aux fonctions de plusieurs variables

Exercices sur la matière vue au cours

- Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous et le représenter.

$$f(x, y) = \ln \left(x^2 + \frac{y^2}{4} - 1 \right), \quad g(x, y) = \sqrt{|x + y| - 1}.$$

- On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé; on appelle X, Y, Z les trois axes de celui-ci. Représenter la trace de la surface d'équation cartésienne $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ dans le plan d'équation $z = 0$. Comment appelle-t-on une telle courbe ?
- On donne la fonction f par $f(x, y) = \arcsin \left(\frac{x}{y} \right)$.
 - Déterminer le domaine de définition et d'infinie dérivabilité de f . Représenter ces domaines.
 - Déterminer l'expression explicite de $|x|D_x f(x, y) + |y|D_y f(x, y)$.
 - Déterminer l'expression explicite de $F(t) = f \left(t, \frac{1}{t} \right)$, le domaine de dérivabilité de cette fonction et l'expression explicite de sa dérivée.
- On donne f , continûment dérivable sur $] -1, 1[\times] -1, 1[$. On demande le domaine de dérivabilité de la fonction F définie par $F(x, y) = f(x + y, x - y)$ ainsi que l'expression de ses dérivées partielles en fonction de celles de f .
- On donne la fonction f par $f(x, y) = x^2 + y^2$. Déterminer le gradient de f en tout point du plan. Représenter la courbe de niveau d'équation cartésienne $f(x, y) = 4$. Déterminer un vecteur normal à cette courbe au point de coordonnées $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

Exercices pour TD ou « devoirs »

- Déterminer le domaine de définition de la fonction donnée explicitement ci-dessous et le représenter.

$$f(x, y) = \arccos \left(\frac{1}{x - y} \right).$$

- Soit $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$ et soient $f_1(t) = \cos t$, $f_2(t) = 2 \sin t$. Où la fonction de fonction $t \mapsto F(t) = f(f_1(t), f_2(t))$ est-elle dérivable? Déterminer ensuite l'expression explicite de sa dérivée.
- On donne une fonction f , continûment dérivable sur $] -2, 3[\times] 0, +\infty[$. On demande le domaine de dérivabilité de la fonction $F : t \mapsto f(t^2 - 2t, e^{-t} - 1)$ et l'expression de sa dérivée première en fonction des dérivées partielles de f .
 Même question pour $f \in C_1(]0, 1[\times \mathbb{R})$ et $F(x, y) = f(\ln x, \arcsin(e^y))$.
- On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé; on appelle X, Y, Z les trois axes de celui-ci.
 - Représenter la trace de la surface d'équation cartésienne $x^2 - y^2 + z = 1$ dans le plan d'équation $x = 0$. Comment appelle-t-on une telle courbe ?
 - Représenter la trace de la surface d'équation cartésienne $x^2 - y^2 + \frac{z^2}{4} = 0$ dans le plan d'équation $y = 1$. Comment appelle-t-on une telle courbe ?
- La vitesse de dissolution d'un comprimé de vitamine C dépend de sa surface. On considère un comprimé ayant la forme d'une gélule (corps cylindrique terminé aux deux extrémités par une demi-sphère) de 2 cm de long et de 1/2 cm de diamètre. On désire modifier la présentation de ce comprimé, sa nouvelle forme étant un cylindre de hauteur 1/2 cm. Pour avoir une aire égale à celle du premier comprimé, on doit avoir un diamètre D en cm égal à

$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{\sqrt{21} - 1}{4}$ $\frac{\sqrt{21} - 1}{2}$

aucune des réponses proposées n'est correcte

- Un savon est notamment constitué de 42 % d'huile. La quantité en kg de savon contenant 630 kg d'huile est

894,6 995,4 1225 1500

 aucune des réponses proposées n'est correcte