

Se poser des questions ...

Evolution d'une population en présence de « facteurs limitants »

Dans la nature, l'accroissement d'une population est modulée par la disponibilité des ressources alimentaires, par la prédation, par les facteurs du milieu. Tous ces éléments peuvent avoir un effet défavorable sur la croissance de la population et faire varier les taux de natalité et de mortalité. C'est ce que l'on appelle « facteurs limitants ».

Un modèle largement utilisé en écologie est le suivant¹. Si $N(t)$ désigne la population au temps $t \geq 0$, si N_0 est la population initiale, l'analyse conduit à l'obtention d'une expression de type suivant² pour N

$$N(t) = \frac{K}{1 + c_0 e^{-3t/4}}, \quad t \geq 0$$

où K est une constante relative au milieu³ ($K > N_0$) et où $c_0 = \frac{K}{N_0} - 1$.

- Un examen de l'expression de N montre directement que K représente « l'effectif maximum de la population dans le milieu ». Pourquoi ?
- Esquisser N pour $K = 3N_0/2$, $K = 2N_0$, $K = 4N_0$.
- En utilisant ce modèle, quelle doit être la relation entre K et N_0 pour que la vitesse d'accroissement⁴ de la population atteigne un maximum après un certain temps ?

FB, 08/12/08 (V1 : 05/12/08)

¹Verhulst, 1838

²dans le cas où le taux d'accroissement intrinsèque r est égal à 0.75

³appelée « capacité biotique du milieu »

⁴c'est-à-dire la dérivée de N