

---

Université  
de Liège



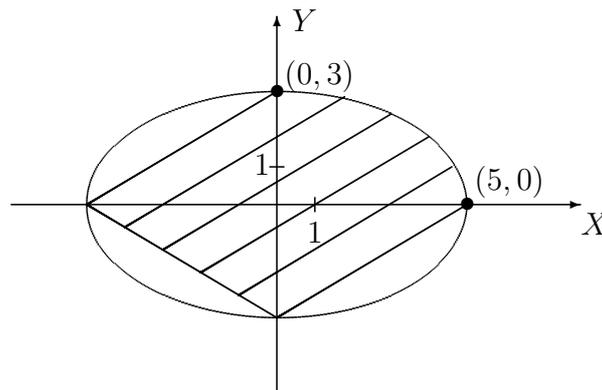
*1, 2, 3...Sciences*  
*Année académique 2008-2009*

---

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : TD SEMAINE 4

---

1. En une semaine, une plante absorbe 238 ml d'eau. Après combien de jours aura-t-elle absorbé 1 litre ?
2. Si la distance entre la Terre et la Lune est approximativement de 384 000 km, quel temps met un rayon lumineux pour parcourir celle-ci ?
3. Résoudre l'inéquation  $\cos^2 x \geq \frac{3}{2} \cos(2x)$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .
4. Décrire analytiquement l'ensemble hachuré suivant limité par le segment de droite et l'ellipse, les points du bord étant compris dans l'ensemble.



5. (a) Le cube d'un réel non nul et de son inverse (pour la multiplication) sont parfois égaux.  
Vrai  Faux
- (b) Si  $r$  est un réel négatif, alors  $\sqrt[4]{(-r)^8}$  vaut  
 $r^2$    $-r^2$    $\pm r^2$   aucune réponse correcte

- (c) L'ensemble des solutions de l'inéquation  $|x|^3 < |x|^2x$  est l'ensemble  $[-1, 1[ \square \quad \{x \in \mathbb{R} : |x| < 1\} \square \quad ] - 1, 1[ \setminus \{0\} \square \quad ] - \infty, 1[ \square \quad$  aucune réponse correcte  $\square$
- (d) Etant donné deux vecteurs non parallèles d'un plan, tout autre vecteur du plan peut toujours se décomposer comme somme de multiples d'un des vecteurs et de son opposé.  
Vrai  $\square$  Faux  $\square$
- (e) Exprimer mathématiquement que la valeur absolue d'un réel et de son opposé sont les mêmes réels positifs.
- (f) Sous quelle condition nécessaire et suffisante la racine carrée du carré d'un réel non nul est-elle égale à ce réel ?
- (g) Si  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  sont des vecteurs, l'expression  $(\vec{a} \bullet \vec{b}) \bullet \vec{c}$  est un vecteur  $\square$  un réel  $\square$  ni l'un ni l'autre  $\square$
- (h) Si  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  sont des vecteurs, l'expression  $(\vec{a} \bullet \vec{b}) (\vec{b} \bullet \vec{c})$  est un vecteur  $\square$  un réel  $\square$  ni l'un ni l'autre  $\square$
- (i) Le produit vectoriel de deux vecteurs parallèles est toujours un nombre positif ou nul  
Vrai  $\square$  Faux  $\square$

## MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : SOLUTIONS DU TD SEMAINE 4

---

1. La plante absorbe 1 litre d'eau après 29,41... jours donc 30 jours.
2. Un rayon lumineux parcourt la distance entre la Terre et la Lune en 1,28 sec.
3. Dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , l'ensemble des solutions est  $S = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right]$ .
4. Si on note  $A$  l'ensemble hachuré, on a

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \frac{-3}{5}(x + 5), \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\}$$

mais aussi

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-5, 0], y \in \left[\frac{-3}{5}(x + 5), \frac{3}{5}\sqrt{25 - x^2}\right] \right\} \\ \cup \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 5], y \in \left[\frac{-3}{5}\sqrt{25 - x^2}, \frac{3}{5}\sqrt{25 - x^2}\right] \right\}$$

ou encore

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [-3, 0], x \in \left[\frac{-5y}{3} - 5, \frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}\right] \right\} \\ \cup \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [0, 3], x \in \left[\frac{-5}{3}\sqrt{9 - y^2}, \frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}\right] \right\}.$$

5. (a) Vrai  
(b)  $r^2$   
(c) Aucune réponse correcte  
(d) Faux  
(e)  $\forall r \in \mathbb{R} : |r| = |-r| \geq 0$   
(f)  $\forall r \in \mathbb{R}_0 : \sqrt{r^2} = r \Leftrightarrow r > 0$   
(g) Ni l'un, ni l'autre  
(h) Un réel  
(i) Faux