
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2008-2009

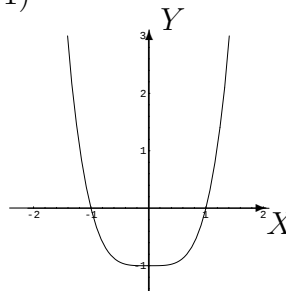
MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : TD SEMAINE 9

1. Primitiver les fonctions données explicitement ci-dessous. Dans chaque cas, spécifier l'intervalle où la primitivation s'effectue

1) $\sin^2(3x)$ 2) $\ln(x^2)$ 3) $\frac{1+2x}{3x-1}$ 4) $\frac{2(x+3)}{1-x^4}$

Pour la première fonction, quelle est la primitive qui vaut π en $\frac{\pi}{2}$?

2. Soit une fonction f deux fois continûment dérivable sur $\mathbb{R}$; la représentation graphique de la dérivée seconde D^2f est la suivante (D^2f reste strictement positif pour tout $x < -1$ et pour tout $x > 1$)



On déduit de là que, nécessairement,

- f est croissant sur $] -\infty, -1[$ et sur $[1, +\infty[$
- f est convexe sur $] -\infty, -1[$ et sur $]1, +\infty[$
- f admet un minimum local strict en 1
- le graphique de f admet un point d'inflexion au point d'abscisse -1

Vrai ☐ Faux ☐

Vrai ☐ Faux ☐

Vrai ☐ Faux ☐

Vrai ☐ Faux ☐

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : SOLUTIONS DU TD
SEMAINE 9

1. La première fonction est continue sur $\mathbb{R}$ donc primitive sur $\mathbb{R}$ et on a

$$\int \sin^2(3x) \, dx \simeq \frac{x}{2} - \frac{\sin(6x)}{12}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

La primitive qui vaut π en $\frac{\pi}{2}$ est la fonction $\frac{x}{2} - \frac{\sin(6x)}{12} + \frac{3\pi}{4}$, $x \in \mathbb{R}$.

La deuxième fonction est continue sur $\mathbb{R}_0$ donc primitive sur $] -\infty, 0[$ ou sur $]0, +\infty[$ et on a

$$\int \ln(x^2) \, dx \simeq \begin{cases} 2x \ln(-x) - 2x & \text{si } x \in] -\infty, 0[\\ 2x \ln(x) - 2x & \text{si } x \in]0, +\infty[\end{cases}$$

La troisième fonction est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}\}$ donc primitive sur $] -\infty, \frac{1}{3}[$ ou sur $] \frac{1}{3}, +\infty[$ et on a

$$\int \frac{1+2x}{3x-1} \, dx \simeq \begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{5}{9} \ln(1-3x) & \text{si } x \in] -\infty, \frac{1}{3}[\\ \frac{2x}{3} + \frac{5}{9} \ln(3x-1) & \text{si } x \in] \frac{1}{3}, +\infty[\end{cases}$$

La quatrième fonction est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ donc primitive sur $] -\infty, -1[$ ou sur $] -1, 1[$ ou encore sur $]1, +\infty[$ et on a

$$\int \frac{2(x+3)}{1-x^4} \, dx \simeq \begin{cases} \ln \frac{-x-1}{(x-1)^2} + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + 3 \operatorname{arctg}(x) & \text{si } x \in] -\infty, -1[\\ \ln \frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + 3 \operatorname{arctg}(x) & \text{si } x \in] -1, 1[\cup]1, +\infty[\end{cases}$$

2. • f est croissant sur $] -\infty, -1[$ et sur $]1, +\infty[$: Faux
• f est convexe sur $] -\infty, -1[$ et sur $]1, +\infty[$: Vrai
• f admet un minimum local strict en 1 : Faux
• le graphique de f admet un point d'inflexion au point d'abscisse -1 : Vrai