1, 2, 3. . .Sciences

Année académique 2008-2009

Mathématiques générales 2008-2009 : TD semaine 10

1. Calculer les intégrales suivantes (si c'est possible)

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \cos^2 x \; dx, \qquad \int_0^{\pi/4} \sin x \cos(3x) \; dx, \qquad \int_0^{\pi} \frac{x^2}{1+x^2} dx.$$

2. – Si la somme de deux fonctions f, g est intégrable sur $[0,1]$ alors l'intégrale de la somme $f+g$ est égale à la somme des intégrales de f et g. Vrai☐ Faux☐
   – Qu'appelle-t-on largeur d'un découpage ?
   – On donne le découpage suivant de l'intervalle $[0,1]$:

$$0, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1.$$

   Que vaut la largeur de ce découpage ?
   – Si on augmente le nombre de points d'un découpage, on diminue toujours sa largeur. Vrai☐ Faux☐

3. Soit r le rayon d'une artère cylindrique de longueur l et soit x la distance d'une cellule de sang (supposée ponctuelle) au centre de la section circulaire qui la contient. Le volume V par unité de temps du flux du sang à travers l'artère est

$$V = \int_0^r \frac{k}{l} x(r^2 - x^2) dx$$

   où k est une constante dépendant de la différence de pression aux deux extrémités de l'artère et de la viscosité du sang. Calculer V

Mathématiques générales 2008-2009 : solutions du TD semaine 10

1. La première intégrale vaut $\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{4}$; la deuxième vaut 0 et la troisième $\pi - \text{arctg}(\pi)$.
2. Le premier item est faux. En effet, la fonction constante 1 est intégrable sur $[0,1]$ mais les fonctions $x \mapsto 1+\frac{1}{x}$ et $x \mapsto -\frac{1}{x}$ dont la somme vaut 1 ne sont pas intégrables sur $[0,1]$.
   Deuxième item : cf. cours
   Troisième item : la largeur du découpage vaut $\frac{1}{2}$.
   Quatrième item : faux. En effet, dans le cas de l'intervalle proposé à l'item précédent, si on considère le découpage
   $$0, \frac{1}{10}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1,$$
   le nombre de points a augmenté mais la largeur du découpage est toujours la même.
3. Le volume vaut $V = \frac{kr^4}{4l}$.