
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2008-2009

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : TD SEMAINE 11

1. Calculer l'intégrale suivante (si c'est possible) $\int_{-\infty}^{\ln 2} x e^x dx$
2. Calculer l'aire de la partie du plan dont une description analytique est la suivante et donner une représentation graphique de cet ensemble.

$$\{(x, y) : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R} \text{ et } 0 \leq y \leq \inf\{e^{-x}, e^x\}\}.$$

3. – Si f, g sont deux fonctions continues et intégrables sur $[0, +\infty[$ alors
 - a) toute combinaison linéaire de f et g est aussi intégrable sur $[0, +\infty[$
 - b) l'intégrale d'une combinaison linéaire de f et g est égale à la combinaison linéaire des intégrales.

Exprimer mathématiquement la partie b) du résultat énoncé ci-dessus.

- Une fonction continue sur $[0, 2[$ est toujours intégrable sur $[0, 2[$ Vrai ☐ Faux ☐
 - Une fonction continue sur $[0, 2[$ est toujours intégrable sur $[0, 1]$ Vrai ☐ Faux ☐
4. Supposons que deux électrons soient séparés par une distance a . S'il est possible de ramener les deux électrons au même point, la quantité de travail requis pour contrebalancer la répulsion électrostatique des deux électrons est

$$\int_0^a \frac{k}{r^2} dr$$

où k est une constante strictement positive. Est-il possible d'effectuer cela ? Expliquer votre réponse.

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : SOLUTIONS DU TD
SEMAINE 11

1. La fonction $x \mapsto xe^x$ est continue et intégrable sur $] -\infty, \ln 2]$. L'intégrale demandée vaut $2 \ln 2 - 2$.
2. L'aire de la partie du plan donnée vaut 2.
3. – $\forall r, s \in \mathbb{R} : \int_0^{+\infty} (rf(x) + sg(x))dx = r \int_0^{+\infty} f(x) dx + s \int_0^{+\infty} g(x) dx$.
 - Faux
 - Vrai
4. La fonction $r \mapsto \frac{k}{r^2}$ est continue sur $\mathbb{R}_0$ donc sur $]0, a]$ avec $a > 0$ mais elle n'est pas intégrable en 0. Dès lors, il est impossible de ramener les deux électrons au même point.