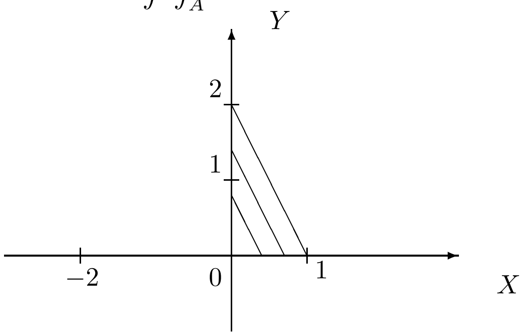
Liste « type » 2
Répétitions Math 2, 3 du second quadrimestre

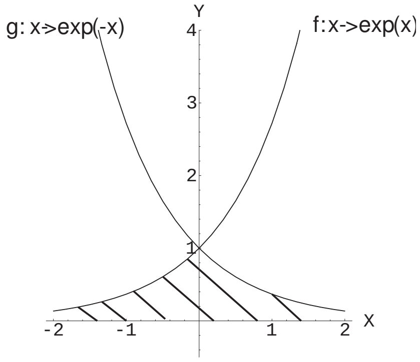
REMARQUES
- Nombreux autres exercices au cours (faits ou suggérés)
- Ne pas oublier d'utiliser le JdeB (données)
- Succession des matières : voir nouvelles notes de cours
- Les étoiles doubles : uniquement avec physiciens et informaticiens
- Les étoiles simples : tous sauf biologistes et géologues

Matière :
- intégration des fonctions de plusieurs variables

Exercices sur la matière vue au cours

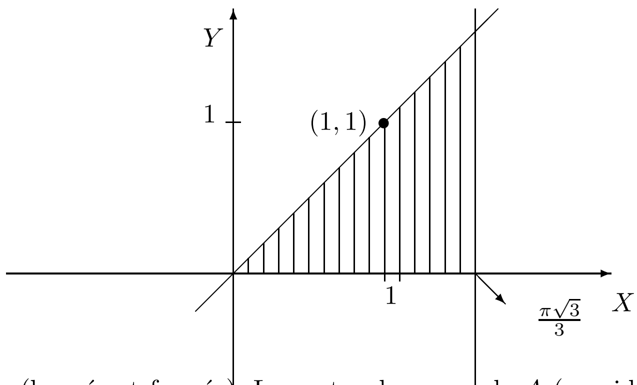
1. a) Calculer l'intégrale de $f(x,y) = y^2 \sin(xy)$ sur $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0,1]$.
   b) Calculer l'intégrale de $f(x,y) = x + y$ sur $A = \{(x,y) \ : \ 0 \leq y \leq \inf\{x, \sqrt{1-x^2}\}\}$.
2. Déterminer la valeur de l'intégrale suivante sur l'ensemble borné fermé hachuré ci-dessous et simplifier la réponse au maximum
$$\int\int_A e^{x+y} dxdy$$


3. Soit A une partie du plan (bornée et fermée). Le centre de masse de A (considéré homogène) est défini comme le point de coordonnées (x_A, y_A) où
$$x_A = s^{-1} \int\int_A x \ dx \ dy, \quad y_A = s^{-1} \int\int_A y \ dx \ dy$$
et où s est l'aire de la surface A.
Déterminer la position du centre de masse d'une plaque homogène en forme de demi-cercle de rayon R (R réel strictement positif).
4. Déterminer le volume du corps borné par la surface d'équation cartésienne $z = 4 - x^2 - y^2$ et par le plan des axes X, Y. Donner aussi une représentation graphique de ce corps.
5. Permuter les intégrales et représenter l'ensemble d'intégration dans les cas suivants
$$a) \ \int_{-2}^{2} \left(\int_{-1}^{-x/2} f(x,y)dy \right) dx, \qquad b) \ \int_{0}^{\sqrt{2}} \left(\int_{y}^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y)dx \right) dy.$$
6. Calculer l'intégrale de $f(x,y) = x + y$ sur l'ensemble fermé hachuré suivant (et donner une description analytique de cet ensemble)



Exercices à proposer en TD ou devoir

1. On considère un terrain de sport d'une superficie d'un hectare. Sur une carte à l'échelle de 1/25000, à quelle surface (exprimée en cm^2) cela correspond-il ?
2. Calculer l'intégrale de $f(x,y) = \cos(x+y)$ sur $A = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi]$.
3. Calculer l'intégrale de $f(x,y) = x^2 \sin(xy)$ sur l'ensemble borné et fermé suivant (hachuré)



4. (*) Soit A une partie du plan (bornée et fermée). Le centre de masse de A (considéré homogène) est défini comme le point de coordonnées (x_A, y_A) où

$$x_A = s^{-1} \int\int_A x \, dx \, dy, \quad y_A = s^{-1} \int\int_A y \, dx \, dy$$

et où s est l'aire de la surface A.

Si A est la partie (bornée fermée) du plan délimitée par la droite d'équation cartésienne $y = x$ et par la parabole d'équation cartésienne $y = 2 - x^2$, déterminer le centre de masse de A.

5. Déterminer le volume du corps borné par la surface d'équation cartésienne $z = 1 - x^2$, par le plan des axes X, Y et par les plans d'équation cartésienne $y = -1$, $y = 2$. Donner aussi une représentation graphique de ce corps.
6. (*) a) Permuter les intégrales et représenter l'ensemble d'intégration dans le cas suivant

$$\int_{-1}^{0} \left(\int_{-3x-4}^{0} f(x,y) dy \right) dx$$

b) Déterminer si l'intégrale suivante existe ; si oui, la calculer. Représenter géométriquement l'ensemble d'intégration.

$$\int_{0}^{+\infty} \left(\int_{0}^{x^2} \frac{xe^{-x^2}}{x^2 + y} dy \right) dx$$