

Liste « supplémentaire »  
Approximations polynomiales, suites et séries

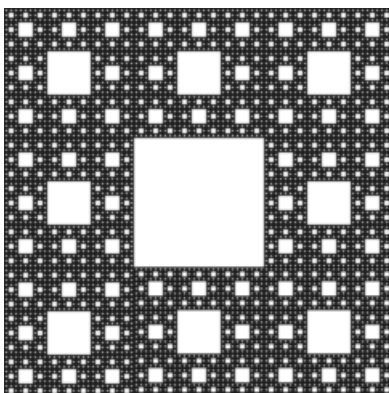
---

---

1. The construction of the Sierpinski carpet begins with a square  $R$  (side of length 1). The square is cut into 9 subsquares of equal area, in a 3-by-3 grid, and the central subsquare is removed. The same procedure is then applied recursively to the remaining 8 subsquares, ad infinitum. Let  $R_n$  be the region that remains after performing the operation  $n$  times. The Sierpinski carpet  $\mathcal{S}$  consists of all points in  $R$  that are not removed by any of the operations; in other words, it consists of all points which are in  $R_n$ , for every  $n$ .

*Find the area  $A_n$  of  $R_n$  for any  $n$ .*

*Show that  $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = 0$  (ce qui entraîne que la surface de la « carpe » est nulle!).*



2. Perdu dans le désert, en panne de gps et de toute batterie (calculatrice etc), un explorateur est amené à établir son itinéraire en se servant de carte, des « vieux » moyens et de ses connaissances de base de « calculus ». Il est amené à estimer la valeur du cosinus d'un angle de mesure égale à 20 degrés. Il souhaite avoir cette estimation avec une erreur strictement inférieure à un millièm.

*Comment peut-il procéder ?*

3. Depuis le sol, on lance une petite fusée. Elle consomme un quart de son carburant initial durant les 1000 premiers kilomètres, puis un neuvième durant les 1000 km suivants, etc; bref, en toute généralité, elle consomme une part de  $1/(n+1)^2$  de son carburant initial durant la  $n^e$  tranche de 1000 km.

*Dans ces conditions, tout le carburant sera-t-il jamais épuisé ?*

FB, 17 mars 2009