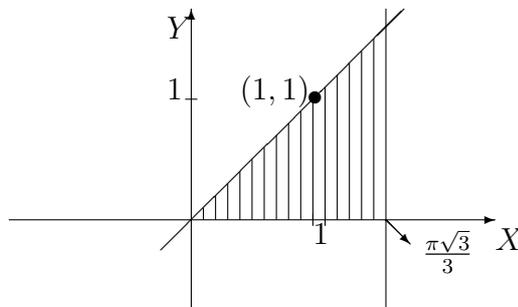

Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences
Année académique 2008-2009

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : TD SEMAINES 1 ET 2
(2EME QUADRIMESTRE 08-09)

1. Calculer l'intégrale de $f(x, y) = x^2 \sin(xy)$ sur l'ensemble borné et fermé suivant (hachuré)



2. Déterminer le volume du corps borné par la surface d'équation cartésienne $z = 1 - x^2$, par le plan des axes X, Y et par les plans d'équation cartésienne $y = -1, y = 2$. Donner aussi une représentation graphique de ce corps.
3. Calculer, si elle existe, l'intégrale suivante et représenter l'ensemble d'intégration.

$$\int_{-\infty}^1 \left(\int_0^{+\infty} e^{y-3x} dx \right) dy.$$

4. (*) Soit A une partie du plan (bornée et fermée). Le centre de masse de A (considéré homogène) est défini comme le point de coordonnées (x_A, y_A) où

$$x_A = s^{-1} \iint_A x \, dx \, dy, \quad y_A = s^{-1} \iint_A y \, dx \, dy$$

et où s est l'aire de la surface A .

Si A est la partie (bornée fermée) du plan délimitée par la droite d'équation cartésienne $y = x$ et par la parabole d'équation cartésienne $y = 2 - x^2$, déterminer le centre de masse de A .

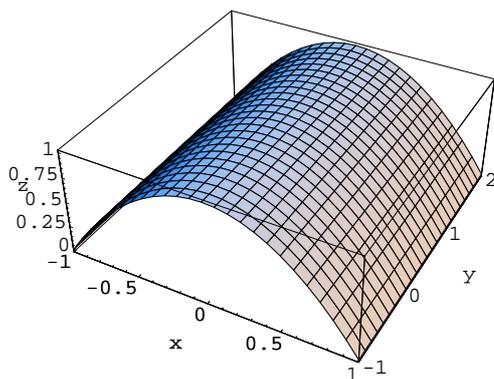
5. (*) Déterminer si l'intégrale suivante existe ; si oui, la calculer. Représenter géométriquement l'ensemble d'intégration.

$$\int_0^{+\infty} \left(\int_0^{x^2} \frac{x e^{-x^2}}{x^2 + y} dy \right) dx$$

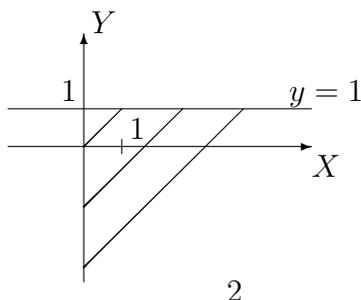
Note : les exercices 4 et 5 ne sont pas destinés aux biologistes et aux géologues.

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES 2008-2009 : SOLUTIONS TD SEMAINES 1 ET 2 (2EME QUADRIMESTRE 08-09)

1. L'intégrale vaut $-\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi^2}{3}\right) + \frac{\pi^2}{6}$
2. Le volume du corps vaut 4 unités de volume.



3. L'intégrale vaut $\frac{e}{3}$ et voici l'ensemble d'intégration (partie hachurée)



4. Le centre de masse a pour coordonnées $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right)$.
5. L'intégrale existe et vaut $\frac{1}{2} \ln 2$. L'ensemble d'intégration est l'ensemble hachuré non borné ci-dessous.

