1, 2, 3. . .Sciences

Année académique 2008-2009

Mathématiques générales 2008-2009 : TD 27 mars 2009

1. Déterminer si la suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ ci-dessous est convergente. Si c'est le cas, en déterminer la limite
$$x_m = \left(\sin(\frac{\pi}{3})\ \ln(e^{-2})\right)^m$$

2. Etudier la convergence et calculer la somme des séries suivantes, lorsqu'elles sont convergentes.
$$\sum_{m=3}^{+\infty} \frac{1}{m^2 - 3m + 2}, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}.$$

3. QCM
   (a) On donne une suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ pour laquelle il existe $r > 0$ tel que $x_{m+1} - x_m = r$ quel que soit m. Quelle est la série de terme général x_m ? Est-elle convergente ? Pourquoi ?
   (b) On donne une suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ de nombres réels non nuls pour laquelle il existe $r > 0$ tel que $\frac{x_{m+1}}{x_m} = r$ quel que soit m. Quelle est la série de terme général x_m ? Est-elle convergente ? Pourquoi ?
   (c) Pour qu'une suite converge, il est suffisant que tous ses éléments soient en module strictement plus petits que 1 Vrai☐ Faux☐
   (d) Si la suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ est telle que $|x_m| < 1$ pour tout m, alors la suite converge vers 0. Vrai☐ Faux☐
   (e) Soit une suite de réels x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$. Si la série de terme général x_m converge, alors la suite x_m converge vers 0. Vrai☐ Faux☐

(f) Soit une suite de réels x_m ($m \in \mathbb{N}_0$). Si cette suite converge, alors elle converge vers 0. Vrai☐ Faux☐

(g) La convergence vers 0 du terme général d'une série est une condition suffisante pour la convergence de la série Vrai☐ Faux☐

(h) La convergence vers 0 du terme général d'une série est une condition nécessaire pour la convergence de la série. Vrai☐ Faux☐

(i) Soit la série $\sum_{m=1}^{+\infty} x_m$. Si elle converge, alors x_m ($m \in \mathbb{N}_0$) est une suite qui converge vers 0. Vrai☐ Faux☐

(j) Soit la série $\sum_{m=1}^{+\infty} x_m$. Si la suite x_m ($m \in \mathbb{N}_0$) est une suite qui converge vers 0 alors la série converge. Vrai☐ Faux☐

(k) La fonction $f(x) = e^{ix},\ x \in \mathbb{R}$ est une fonction monotone Vrai☐ Faux☐

(l) La fonction $f(x) = e^{ix},\ x \in \mathbb{R}$ tend vers 0 en $-\infty$ Vrai☐ Faux☐

Mathématiques générales 2008-2009 : solutions du TD 27 mars 2009

---

1. La suite converge vers l'infini.
2. La première série converge vers 1 et la deuxième vers $e^2 - 1$.
3. (a) On a $\lim_{M\to+\infty} S_M = \lim_{M\to+\infty}\left(Mx_1 + \frac{(M-1)M}{2}r\right) = \infty$ donc la série diverge.
   (b) La série converge si et seulement si $0 < r < 1$.
   (c) Faux
   (d) Faux
   (e) Vrai
   (f) Faux
   (g) Faux
   (h) Vrai
   (i) Vrai
   (j) Faux
   (k) Faux
   (l) Faux