Analyse II

Matière théorique relative aux chapitres
0 (Rappels), 1(Analyse vectorielle), 2 (Homotopie et intégrales curvilignes)

---

1. Définition de l'intégrale sur une courbe (resp. curviligne, superficielle, sur une surface) d'une fonction à valeurs scalaires avec précision des notions qui sont utilisées (notion de courbe, surface, paramétrage, ...)

2. Qu'appelle-t-on champ irrotationnel? Qu'entend-on par "champ dérivant d'un potentiel scalaire"? Ces notions sont-elles liées? Comment?

   Qu'appelle-t-on champ indivergentiel? Qu'entend-on par "champ dérivant d'un potentiel vecteur"? Ces notions sont-elles liées? Comment?

3. a) Enoncé de la formule de Green dans le plan (resp. de la formule de Gauss, de Stokes) avec précision des notions qui sont utilisées et d'hypothèses sous lesquelles elle est valable.

   Ces formules sont-elles indépendantes?

   b) Si on suppose connue la formule de Stokes, comment permet-elle de prouver que, sous certaines conditions (à préciser), une intégrale curviligne sur un chemin fermé de $\mathbb{R}^3$ est nulle?

4. Enoncer et démontrer formule de Green dans le plan dans le cas d'un compact "parallèle à l'un des axes" .

5. Définir la notion d'homotopie entre deux chemins continus $\vec{\gamma}, \vec{\gamma}' \ : \ [a, b] \to \Omega$ (Ω=ouvert de $\mathbb{R}^n$). Enoncer et démontrer le théorème d'invariance par homotopie relatif aux intégrales curvilignes.

6. Soit $\vec{f} = [f_1, f_2, f_3]$ une fonction vectorielle, de classe C_1 dans un ouvert Ω de $\mathbb{R}^3$. Relier les propriétés suivantes (énoncés -avec hypothèses adéquates- et preuves)
   (1) Dans Ω, $\vec{f}$ dérive d'un potentiel scalaire
   (2) L'intégrale curviligne de $\vec{f}$ le long d'un chemin à valeurs dans Ω ne dépend que des extrémités de ce chemin
   (3) Le rotationnel de $\vec{f}$ est nul en tout point de Ω