1, 2, 3. . .Sciences

Année académique 2008-2009

Mathématiques générales 2009-2010 : Test 1 (biologie et géographie)

1. **Résoudre le problème suivant en rédigeant votre raisonnement.**
   La dose d'une substance permettant d'améliorer la fixation de l'oxygène dans le sang dépend du poids de l'individu auquel le produit est administré. La dose à injecter est de 25 mg/10 kg.
   Dans la solution distribuée en pharmacie, la concentration de la substance est de 50 mg par ml. Quelle quantité faut-il administrer à une personne qui pèse 75 kg ?

   Solution. Dose à injecter à une personne pesant 75 kg : $\dfrac{25\ .\ 75}{10} = 2,5\ .\ 75 = 187,5$ mg
   Quantité à injecter : $\dfrac{1\ .\ 187,5}{50} = \dfrac{375}{100} = 3,75$ ml
   Il faut donc administrer 3,75 ml de cette substance à une personne pesant 75 kg.

2. **Résoudre (x est l'inconnue réelle)** $\qquad \dfrac{1}{x+2} \leq \dfrac{1}{|x^2-2x-8|}$.

   Solution. L'exercice est défini sur $\{x \in \mathbb{R} : x+2 \neq 0,\ |x^2-2x-8| \neq 0\}$. Comme $x^2-2x-8 = (x+2)(x-4)$, l'exercice est donc défini sur $\mathbb{R} \setminus \{-2,\ 4\}$.

   Puisque x^2-2x-8 est positif si $x \in]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[$ et négatif si $x \in]-2, 4[$, on a

$$|x^2-2x-8| = \begin{cases} x^2-2x-8 & \text{si} \quad x \in]-\infty,-2[\ \cup\ ]4,+\infty[\\ -x^2+2x+8 & \text{si} \quad x \in]-2,4[\end{cases}$$

   Dès lors, si $x \in]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[$, l'inéquation s'écrit

$$\frac{1}{x+2} \leq \frac{1}{x^2-2x-8} \Leftrightarrow \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x+2)(x-4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-4-1}{(x+2)(x-4)} \leq 0$$

   et comme le dénominateur est positif, l'inéquation est équivalente à $x-5 \leq 0$.
   Ainsi, dans l'ensemble considéré, l'ensemble des solutions est $]-\infty, -2[\cup]4, 5]$.
   Remarquons que pour les valeurs de x strictement inférieures à -2, le premier membre est négatif alors que le second est positif. Donc tout $x \in]-\infty, -2[$ est nécessairement solution

de l'inéquation.

Si $x \in]-2, 4[$, l'inéquation s'écrit

$$\frac{1}{x+2} \leq \frac{-1}{x^2-2x-8} \Leftrightarrow \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)(x-4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-4+1}{(x+2)(x-4)} \leq 0$$

et comme le dénominateur est négatif, l'inéquation est équivalente à $x - 3 \geq 0$.
Ainsi, dans l'ensemble considéré, l'ensemble des solutions est $[3, 4[$.
Finalement, l'ensemble des solutions de l'inéquation donnée est $S =]-\infty, -2[\cup [3, 4[\cup]4, 5]$.

Mathématiques générales 2009-2010 : Test 1
(chimie, géologie, physique et informatique

---

1. **Résoudre le problème suivant en rédigeant votre raisonnement.**
La dose d'une substance permettant d'améliorer la fixation de l'oxygène dans le sang dépend du poids de l'individu auquel le produit est administré. La dose à injecter est de 16 mg/20 kg.
Dans la solution distribuée en pharmacie, la concentration de la substance est de 40 mg par ml. Quelle quantité faut-il administrer à une personne qui pèse 85 kg ?

Solution. Dose à injecter à une personne pesant 85 kg : $\dfrac{16\ .\ 85}{20} = 4\ .\ 17 = 68$ mg
Quantité à injecter : $\dfrac{1\ .\ 68}{40} = \dfrac{17}{10} = 1,7$ ml
Il faut donc administrer 1,7 ml de cette substance à une personne pesant 85 kg.

2. **Résoudre (x est l'inconnue réelle)** $\quad \dfrac{1}{x-4} \leq \dfrac{1}{|x^2-2x-8|}$.
Solution. L'exercice est défini sur $\{x \in \mathbb{R} : x - 4 \neq 0,\ |x^2 - 2x - 8| \neq 0\}$. Comme $x^2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)$, l'exercice est donc défini sur $\mathbb{R} \setminus \{-2,\ 4\}$.

Puisque $x^2 - 2x - 8$ est positif si $x \in]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[$ et négatif si $x \in]-2, 4[$, on a

$$|x^2-2x-8| = \begin{cases} x^2-2x-8 & \text{si} \quad x \in]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[\\ -x^2+2x+8 & \text{si} \quad x \in]-2, 4[\end{cases}$$

Dès lors, si $x \in]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[$, l'inéquation s'écrit

$$\frac{1}{x-4} \leq \frac{1}{x^2-2x-8} \Leftrightarrow \frac{1}{x-4} - \frac{1}{(x+2)(x-4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2-1}{(x+2)(x-4)} \leq 0$$

et comme le dénominateur est positif, l'inéquation est équivalente à $x + 1 \leq 0$.
Ainsi, dans l'ensemble considéré, l'ensemble des solutions est $]-\infty, -2[$.
Remarquons que pour les valeurs de x strictement inférieures à 4, le premier membre est négatif alors que le second est positif. Donc tout $x \in]-\infty, -2[\cup]-2, 4[$ est nécessairement solution de l'inéquation.

Si $x \in]-2, 4[$, l'inéquation s'écrit

$$\frac{1}{x-4} \leq \frac{-1}{x^2-2x-8} \Leftrightarrow \frac{1}{x-4} + \frac{1}{(x+2)(x-4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2+1}{(x+2)(x-4)} \leq 0$$

et comme le dénominateur est négatif, l'inéquation est équivalente à $x + 3 \geq 0$.
Ainsi, dans l'ensemble considéré, l'ensemble des solutions est $]-2, 4[$.
Finalement, l'ensemble des solutions de l'inéquation donnée est $S =]-\infty, -2[\cup]-2, 4[$.