
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2009-2010

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES

LISTE TYPE NUMÉRO 5

RÉPÉTITION 5

Préambule

Cette liste concerne essentiellement

- les éléments de base relatifs aux fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles
- les décompositions en fractions simples (utilisées notamment pour la primitivation et le calcul intégral).

I. Exercices sur les éléments de base relatifs aux fonctions

1. Représenter graphiquement les fonctions données explicitement ci-dessous, toutes définies sur \mathbb{R}

$$f_1(x) = -x^2 - 2x + 3, \quad f_2(x) = |-x^2 - 2x + 3|$$

$$f_3(x) = -f_1(x), \quad f_4(x) = f_1(x+1), \quad f_5(x) = f_1(x) + 1.$$

2. Déterminer les domaines de définition, la parité, la périodicité et le graphique des fonctions données explicitement ci-dessous

$$f_1(x) = \sin(\pi x), \quad f_2(x) = |\cos x|, \quad f_3(x) = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right), \quad f_4(x) = \arcsin x, \quad f_5(x) = \arcsin(\sin x).$$

3. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous, ainsi que leur image (x est une variable réelle). Dans chaque cas, déterminer la fonction inverse, si elle existe. Représenter alors f et son inverse dans le même repère orthonormé.

$$f_1(x) = x + 1, \quad f_2(x) = x^2, \quad f_3(x) = \frac{1}{x}.$$

4. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous

$$\frac{1}{1 - |x - 1|}, \quad \ln(-x^2 + 2x + 3), \quad \sqrt{\frac{1-x}{2-x}}, \quad \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2-x}}, \quad \ln(1 - e^x)$$

$$\ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right), \quad \arcsin(x^2 - 1), \quad \operatorname{arctg}(\ln x)$$

5. Déterminer le domaine de définition des fonctions données explicitement ci-dessous et les représenter graphiquement (uniquement en se servant des symétries et des représentations graphiques de \ln et de l'exponentielle).

$$-\ln x, \quad \ln\left(\frac{1}{|x|}\right), \quad |\ln x|, \quad \exp(-x), \quad \exp(x-1), \quad (\exp x) - 1.$$

II. Décomposition en fractions simples

1. Décomposer les fractions rationnelles suivantes en fractions rationnelles simples à coefficients réels.

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1}, \quad \frac{1}{-x^2 - 2x + 3}, \quad \frac{1}{x(x^2 + 2x + 1)}$$