

MATIÈRE DE L'EXAMEN ORAL

Mathématiques générales (B), 2009-2010

1er bachelier en biologie, chimie, géographie, géologie, physique et informatique

Remarque

La liste suivante est plutôt une table des matières détaillée qu'une liste de questions. *Si des résultats ont été démontrés au cours, des démonstrations les concernant pourront être demandées.*

A l'oral, chaque étudiant doit tirer un carton au sort ; sur ce carton figurent des questions précises portant sur la matière détaillée ici. L'étudiant doit répondre aux questions figurant sur son carton directement au tableau ; l'examen se poursuit par une discussion avec l'interrogateur.

Fonctions de plusieurs variables

1. (Toutes les sections) Qu'appelle-t-on dérivée partielle d'une fonction de plusieurs variables ?
2. (Toutes les sections) Qu'appelle-t-on fonction composée ? Quel est l'énoncé du résultat permettant de trouver les dérivées partielles d'une fonction composée à partir des dérivées partielles des fonctions de départ ?
3. (Toutes les sections) Qu'est-ce qu'une quadrique ? Qu'est-ce qu'une courbe de niveau ? Qu'est-ce qu'une surface de niveau ?
4. (Toutes les sections) Expliquer ce que l'on appelle « permutation de l'ordre d'intégration » dans le calcul des intégrales doubles. Peut-on toujours le faire sans changer la valeur du résultat ? Expliquer.
5. (Toutes les sections) A partir de la formule de changement de variables dans les intégrales doubles, énoncer et démontrer la formule d'intégration par changement de variables polaires (dans le cas d'intégrales doubles) dans le cas d'une fonction continue sur un ensemble borné et fermé.
6. (Physiciens et informaticiens) En application du changement de variables en coordonnées polaires, déterminer la valeur des intégrales du type $\int_{\mathbb{R}} e^{-at^2} dt$ où a est un paramètre réel strictement positif. (Le paramètre a peut être explicitement donné.)
7. (Toutes les sections) Quelle est l'interprétation « graphique » de l'intégrale double d'une fonction continue et positive sur un ensemble fermé et borné du plan ? Comparer avec l'intégrale d'une fonction continue et positive sur un intervalle fermé et borné de la droite réelle.
Etre capable de répondre à cette question lorsque la fonction (et le domaine) est donnée explicitement.

Calcul matriciel

1. (Toutes les sections) Qu'appelle-t-on somme de deux matrices, multiplication d'une matrice par un scalaire, multiplication de deux matrices ? (clairement énoncer ce dont il s'agit en installant le contexte adéquat)
2. (Toutes les sections) Etre capable d'énoncer correctement les propriétés classiques (élémentaires et fondamentales) de ces opérations (addition, multiplication par un scalaire, multiplication de matrices).
Etre capable de les démontrer (tous sauf biologistes et géologues).
3. (Toutes les sections) Qu'appelle-t-on matrice conjuguée, transposée, adjointe d'une matrice donnée ?
4. (Toutes les sections) Définir la notion de déterminant d'une matrice carrée. Énoncer les propriétés fondamentales du déterminant.
5. (Toutes les sections) Notion d'inverse d'une matrice carrée : définition, propriétés, caractérisation. (Énoncés et preuves.)
6. (Toutes les sections) Valeurs propres, vecteurs propres d'une matrice carrée : définitions et propriétés. (Énoncés et preuves, sauf pour les biologistes et les géologues.)
7. (Toutes les sections) Diagonalisation d'une matrice carrée : définition et propriétés. (Énoncés.)
8. (Toutes les sections sauf biologistes et géologues) Définition et propriété des matrices « stochastiques ».

Approximations polynomiales et séries

1. (Toutes les sections) Qu'appelle-t-on approximation polynomiale d'une fonction en un point de son domaine de définition ? Quelle forme a cette approximation quand la fonction est suffisamment dérivable ?
2. (Tous sauf biologistes et géologues) Multiplicité d'un zéro d'un polynôme : définition et caractérisation. (Énoncé et preuve.)
3. (Toutes les sections) Énoncer le résultat appelé « Développement limité de Taylor » et le relier aux notions d'approximation polynomiale et de reste de l'approximation polynomiale d'une fonction en un point.
4. (Tous sauf biologistes et géologues) Qu'appelle-t-on série ? Qu'appelle-t-on série convergente ?
5. (Tous sauf biologistes et géologues) Qu'appelle-t-on série géométrique, série de Riemann ? Dire que ces séries sont convergentes, qu'est-ce que cela signifie ? Dans quels cas sont-elles des séries convergentes ? Dans le cas d'une série géométrique, que vaut alors la somme (c'est-à-dire la limite de la suite des sommes partielles) (énoncé et démonstration) ?
6. (Tous sauf biologistes et géologues) Donner la définition de la fonction exponentielle qui utilise la convergence des séries. Justifier le sens de cette définition.
7. (Tous sauf biologistes et géologues) Après avoir rappelé la définition de la fonction exponentielle (par les séries), énoncer et démontrer les propriétés fondamentales de cette fonction.
8. (Tous sauf biologistes et géologues) Expliquer comment peuvent être reliées la convergence d'une série (à terme général strictement positif) et l'intégrabilité d'une fonction.