

Liste d'exercices types pour révisions

**Calcul matriciel**

1. Soient les matrices

$$A = \begin{pmatrix} i & & \\ 1 & & \\ -4 & & \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1-i & 2 & 1 \\ 0 & -i^2 & -3 \\ -1 & 0 & \frac{2}{i} \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & i & 7 \end{pmatrix}$$

Calculer (si possible)  $iC, CB, B^*A, C\tilde{A}$ .

2. Calculer (si elle existe) la matrice inverse de chacune des matrices suivantes

$$\begin{pmatrix} -1 & i \\ i^3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Rechercher les valeurs propres et vecteurs propres des matrices suivantes. Ces matrices sont-elles diagonalisables ? Pourquoi ? Si elles le sont en déterminer une forme diagonale, ainsi qu'une matrice inversible qui y conduit.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & -2 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

**Approximations polynomiales**

1. Dans chacun des cas suivants, déterminer l'approximation à l'ordre  $n$  en  $x_0$  de la fonction  $f_k$ . Représenter  $f_1, f_2$  et leurs approximations.

$$f_1(x) = \frac{1}{1-x}, \quad n = 0, 1, 2, \quad x_0 = 0$$

$$f_2(x) = \sqrt{1+2x}, \quad n = 0, 1, 2, \quad x_0 = 0$$

$$f_3(x) = |\sin(x)|, \quad n = 0, 1, 2, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

2. a) Déterminer l'approximation polynomiale à l'ordre 3 en 0 de la fonction  $f : x \mapsto \sin(2x)$  et en estimer le reste.

b) Déterminer l'approximation polynomiale en 0 à l'ordre 1 et à l'ordre 2 de la fonction  $f(x) = x \cos(2x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Représenter graphiquement ces approximations dans le même repère orthonormé que celui où  $f$  est représenté (cfr ci-dessous) en justifiant les positions relatives des courbes.

