
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2010-2011

EXERCICES DE MATHÉMATIQUE, SECOND QUADRIMESTRE
SUITES ET SÉRIES, EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES : SOLUTIONS

Exercices

1. Si elle existe, déterminer la limite des suites suivantes

$$1) x_m = \sqrt{2m^2 + 4m} - \sqrt{2m^2 - 4m} \quad (m \in \mathbb{N}_0) \quad 3) x_m = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k(2k+4)} \quad (m \in \mathbb{N}_0)$$

$$2) x_m = \sum_{k=1}^m \frac{k+m}{m} \quad (m \in \mathbb{N}_0) \quad 4) x_m = \frac{a^m}{1+a^{2m}} \quad (a \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{N}_0)$$

La première suite n'est définie que si $m \geq 2$. Dans ces conditions, elle converge vers $2\sqrt{2}$.

La deuxième suite converge vers $+\infty$; la troisième suite converge vers $\frac{3}{8}$.

Pour la quatrième suite,

- si $a = -1$, la suite diverge

- si $a = 1$, la suite converge vers $\frac{1}{2}$

- si $a \neq \pm 1$, la suite converge vers 0.

2. Etudier la convergence des séries suivantes

$$1) \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\exp(2)}{m^2 + 1} \quad 3) \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\sin^2(m)}{m^3} \quad 5) \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{15m}}{15m} \quad 7) \sum_{m=1}^{+\infty} (-1)^m \frac{m^2 + 1}{m^3 + 1}$$
$$2) \sum_{m=2}^{+\infty} \frac{1}{m(m-1)} \quad 4) \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{2}{(\sin(10))^m} \quad 6) \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{(m+1)^2}{\sqrt{m} + 1} \quad 8) \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{(-1)^m}{\sqrt{2m+1}}$$

Toutes les séries sont convergentes SAUF la quatrième et la sixième.

3. Etudier la convergence des séries suivantes et calculer la somme de celle(s) qui converge(nt)

$$1) \sum_{m=3}^{+\infty} \frac{(-2)^{2m+1}}{5^m} \quad 2) \sum_{m=3}^{+\infty} \frac{m+1}{m^3 + m^2 - 4m - 4}$$
$$3) \sum_{k=2}^{+\infty} \frac{3^k}{k!} \quad 4) \sum_{j=1}^{+\infty} (-3)^{-j}$$

La première série converge vers $-\frac{128}{25}$, la deuxième vers $\frac{25}{48}$, la troisième vers $e^3 - 4$ et la dernière vers $-\frac{1}{4}$.