
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2011-2012

EXERCICES DE MATHÉMATIQUE
LISTE TYPE NUMÉRO 10
RÉPÉTITION 10 : CORRECTION

I. Calculs d'intégrales sur un ensemble borné fermé

1. Soit $a > 0$. Démontrer et interpréter graphiquement que

(a) si f est une fonction continue et paire sur $[-a, a]$, alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

(b) si f est une fonction continue et impaire sur $[-a, a]$, alors $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

2. Calculer les intégrales suivantes (si c'est possible)

$$\begin{array}{lll}
 \int_{-2}^1 (x^2 + 2x) dx & \int_{-1}^1 xe^x dx & \int_{-1}^0 xe^{-x^2} dx \\
 \int_{1/2}^3 \sqrt{3 + \frac{x}{2}} dx & \int_{\pi/4}^{\pi/3} \sin^2 x dx & \int_{\pi/4}^{\pi/3} \cotg^2 x dx \\
 \int_0^{\pi} x \sin^2 x dx & \int_0^{\pi/2} \cos x \sin^2 x dx & \int_{-1}^4 \frac{x+1}{x+2} dx \\
 \int_{-1}^1 \arctg x dx & \int_{-2}^{2\sqrt{3}} \frac{1}{4+x^2} dx & \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx
 \end{array}$$

(1) $\int_{-2}^1 (x^2 + 2x) dx = 0$	(2) $\int_{-1}^1 xe^x dx = \frac{2}{e}$
(3) $\int_{-1}^0 xe^{-x^2} dx = \frac{1-e}{2e}$	(4) $\int_{1/2}^3 \sqrt{3 + \frac{x}{2}} dx = 9\sqrt{2} - \frac{13\sqrt{13}}{6}$
(5) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \sin^2 x dx = \frac{\pi - 3\sqrt{3} + 6}{24}$	(6) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \cotg^2 x dx = \frac{12 - 4\sqrt{3} - \pi}{12}$
(7) $\int_0^{\pi} x \sin^2 x dx = \frac{\pi^2}{4}$	(8) $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin^2 x dx = \frac{1}{3}$
(9) $\int_{-1}^4 \frac{x+1}{x+2} dx = 5 - \ln 6$	(10) $\int_{-1}^1 \arctg x dx = 0$
(11) $\int_{-2}^{2\sqrt{3}} \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{7\pi}{24}$	(12) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

II. Calcul d'aires

Calculer l'aire de la partie du plan dont une description analytique est la suivante

$$\left\{ (x, y) : x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right], y \in \mathbb{R} \text{ et } \cos x \leq y \leq \sin(2x) \right\}.$$

Donner aussi une représentation graphique de cet ensemble.

