Université de Liège

1, 2, 3...Sciences

Année académique 2011-2012

Exercices de mathématique
Liste type numéro 9
Répétition 9 : correction

Version 9 novembre 2011

1. **Primitiver les fonctions données explicitement ci-dessous. Dans chaque cas, spécifier l'intervalle dans lequel vous travaillez.**

(1) $\sqrt{1-2x}$	(2) $x^3 + x\sin(2x)$	(3) $x^3\sin(3x^4)$	(4) $\cos^2(3x)$
(5) $x\ln(2x+1)$	(6) $\arcos x$	(7) $\sqrt{x}\ln x$	(8) $(3x-4)e^{-x}$
(9) $x\sin^2(3x)$	(10) $x\sqrt{1+3x^2}$	(11) $\sin(\pi x)\ e^{2x}$	(12) π^x
(13) x^π	(14) $\dfrac{1}{8x^3+2x}$	(15) $\dfrac{1+3x}{2x+1}$	(16) $\dfrac{1}{1-2x+x^2}$

Fonction	Intervalle de primitivation	Primitive à une constante près
(1) $f(x) = \sqrt{1-2x}$	$\left]-\infty, \dfrac{1}{2}\right[$	$-\dfrac{1}{3}\sqrt{(1-2x)^3}$
(2) $f(x) = x^3 + x\sin(2x)$	$\mathbb{R}$	$\dfrac{x^4}{4} - \dfrac{x}{2}\cos(2x) + \dfrac{1}{4}\sin(2x)$
(3) $f(x) = x^3\sin(3x^4)$	$\mathbb{R}$	$-\dfrac{1}{12}\cos(3x^4)$
(4) $f(x) = \cos^2(3x)$	$\mathbb{R}$	$\dfrac{x}{2} + \dfrac{\sin(6x)}{12}$
(5) $f(x) = x\ln(2x+1)$	$\left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$	$\dfrac{4x^2-1}{8}\ln(2x+1) - \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{4}$
(6) $f(x) = \arcos x$	$]-1, 1[$	$x\ \arcos x - \sqrt{1-x^2}$
(7) $f(x) = \sqrt{x}\ln x$	$]0, +\infty[$	$\dfrac{2x\sqrt{x}}{3}\ln(x) - \dfrac{4x\sqrt{x}}{9}$
(8) $f(x) = (3x-4)e^{-x}$	$\mathbb{R}$	$(-3x+1)e^{-x}$
(9) $f(x) = x\sin^2(3x)$	$\mathbb{R}$	$\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{x}{12}\sin(6x) - \dfrac{1}{72}\cos(6x)$
(10) $f(x) = x\sqrt{1+3x^2}$	$\mathbb{R}$	$\dfrac{1}{9}\sqrt{(1+3x^2)^3}$
(11) $f(x) = \sin(\pi x)\ e^{2x}$	$\mathbb{R}$	$\dfrac{2\ e^{2x}}{\pi^2+4}\Big(\sin(\pi x) - \dfrac{\pi}{2}\cos(\pi x)\Big)$
(12) $f(x) = \pi^x$	$\mathbb{R}$	$\dfrac{\pi^x}{\ln \pi}$
(13) $f(x) = x^\pi$	$]0, +\infty[$	$\dfrac{x^{\pi+1}}{\pi+1}$
(14) $f(x) = \dfrac{1}{8x^3+2x}$	$]-\infty, 0[\ \cup\ ]0, +\infty[$	$\dfrac{1}{2}\ln(\lvert x\rvert) - \dfrac{1}{4}\ln(4x^2+1)$
(15) $f(x) = \dfrac{1+3x}{2x+1}$	$\left]-\infty, -\dfrac{1}{2}\right[\ \cup\ \left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$	$\dfrac{3x}{2} - \dfrac{1}{4}\ln(\lvert 2x+1\rvert)$
(16) $f(x) = \dfrac{1}{1-2x+x^2}$	$]-\infty, 1[\ \cup\ ]1, +\infty[$	$\dfrac{-1}{x-1}$

2. **Que vaut la primitive de $x \mapsto 2x^2+1$ qui prend la valeur 3 en -1 ?**

La primitive de $x \mapsto 2x^2+1$ qui prend la valeur 3 en -1 est la fonction $x \mapsto \dfrac{2}{3}x^3 + x + \dfrac{14}{3}$.