1, 2, 3... Sciences

Année académique 2011-2012

Mathématiques générales A : corrigé du test 1

Version 28 septembre 2011

Corrigé du test 1 du 19-09-2011

1. **Soit x un réel. Définir en français et en symboles mathématiques la valeur absolue de $3-x$.**

   Solution. La valeur absolue du réel $3-x$ est ce réel lui-même s'il est positif et son opposé s'il est négatif. Autrement dit, si on note $|3-x|$ la valeur absolue du réel $3-x$, on a

$$|3-x| = \begin{cases} 3-x & \text{si } x \leq 3 \\ x-3 & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

2. – **Ecrire explicitement la somme des k premières puissances naturelles de 3 (k étant un naturel non nul) puis l'écrire avec des symboles sommatoires.**

   Solution.

$$1+3+3^2+\cdots+3^{k-1} = \sum_{j=0}^{k-1} 3^j.$$

   – **Que vaut cette somme ? (Donner la formule à appliquer et l'appliquer)**

   Solution. Si q est un réel (ou un complexe) et N un naturel non nul, on a

$$\sum_{j=0}^{N-1} q^j = \begin{cases} \frac{1-q^N}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ N & \text{si } q = 1. \end{cases}$$

   Dès lors, on a

$$\sum_{j=0}^{k-1} 3^j = \frac{3^k-1}{2}.$$

Corrigé du test 1 du 20-09-2011

1. **Soit x un réel. Définir en français et en symboles mathématiques la valeur absolue de $x-3$.**

   Solution. La valeur absolue du réel $x-3$ est ce réel lui-même s'il est positif et son opposé s'il est négatif. Autrement dit, si on note $|x-3|$ la valeur absolue du réel $x-3$, on a

$$|x-3| = \begin{cases} 3-x & \text{si } x \leq 3 \\ x-3 & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

2. – **Ecrire explicitement la somme des N premières puissances naturelles de 2 (N étant un naturel non nul) puis l'écrire avec des symboles sommatoires.**

   Solution.

$$1+2+2^2+\cdots+2^{N-1} = \sum_{j=0}^{N-1} 2^j.$$

   – **Que vaut cette somme ? (Donner la formule à appliquer et l'appliquer)**

   Solution. Si q est un réel (ou un complexe) et N un naturel non nul, on a

$$\sum_{j=0}^{N-1} q^j = \begin{cases} \frac{1-q^N}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ N & \text{si } q = 1. \end{cases}$$

   Dès lors, on a

$$\sum_{j=0}^{N-1} 2^j = 2^N - 1.$$

Corrigé du test 1 du 23-09-2011

1. **Soit x un réel. Définir en français et en symboles mathématiques la valeur absolue de $2+x$.**

   Solution. La valeur absolue du réel $2+x$ est ce réel lui-même s'il est positif et son opposé s'il est négatif. Autrement dit, si on note $|2+x|$ la valeur absolue du réel $2+x$, on a

$$|2+x| = \begin{cases} 2+x & \text{si } x \geq -2 \\ -2-x & \text{si } x \leq -2. \end{cases}$$

2. – **Ecrire explicitement la somme des 7 premières puissances naturelles de p (p étant un réel) puis l'écrire avec des symboles sommatoires.**

   Solution.

$$1+p+p^2+\cdots+p^6 = \sum_{j=0}^{6} p^j.$$

   – **Que vaut cette somme ? (Donner la formule à appliquer et l'appliquer)**

   Solution. Si q est un réel (ou un complexe) et N un naturel non nul, on a

$$\sum_{j=0}^{N-1} q^j = \begin{cases} \frac{1-q^N}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ N & \text{si } q = 1. \end{cases}$$

   Dès lors, on a

$$\sum_{j=0}^{6} p^j = \begin{cases} \frac{1-p^7}{1-p} & \text{si } p \neq 1 \\ 7 & \text{si } p = 1. \end{cases}$$