1, 2, 3... Sciences

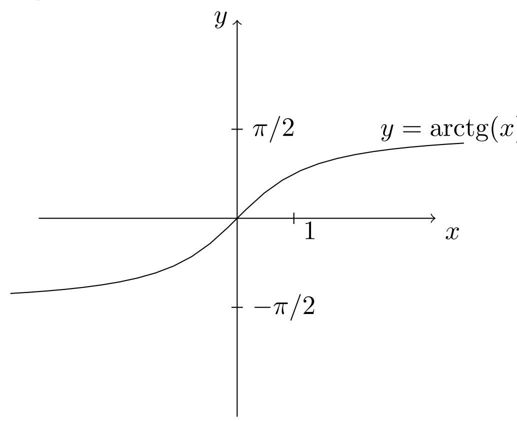
Année académique 2011-2012

Mathématiques générales A : corrigé du test 5

Version 19 octobre 2011

Test 5 du 17-10-2011

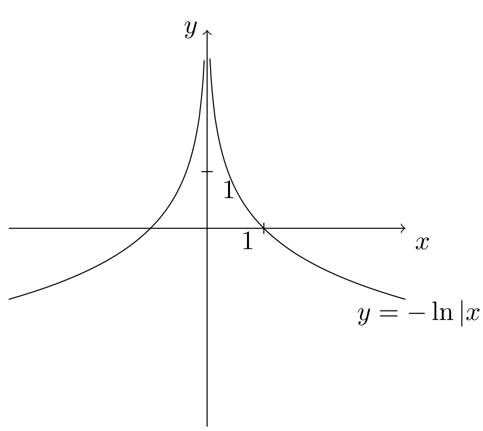
1. – **Définir la fonction arctangente et la représenter dans un repère orthonormé.**
   Solution. La fontion arctangente, notée arctg, est définie comme la fonction inverse de la fonction tangente, lorsqu'on a restreint le domaine de celle-ci à $]-\pi/2;\pi/2[$. De cette manière, la fonction tg est en effet injective et son image est $\mathbb{R}$.
   La fonction arctg est donc définie par arctg : $\mathbb{R} \to]-\pi/2;\pi/2[$ avec
   $$\text{arctg } x = y \Leftrightarrow x = \text{tg } y$$
   où $x \in \mathbb{R}$ et $y \in]-\pi/2;\pi/2[$. Elle est représentée ci-dessous.



   – **Quel lien existe-t-il entre ce graphique et celui de la fonction tangente ?**
   Solution. Dans un repère orthonormé, le graphique de la fonction arctangente et celui de la fonction tangente restreinte à l'intervalle $]-\pi/2,\pi/2[$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

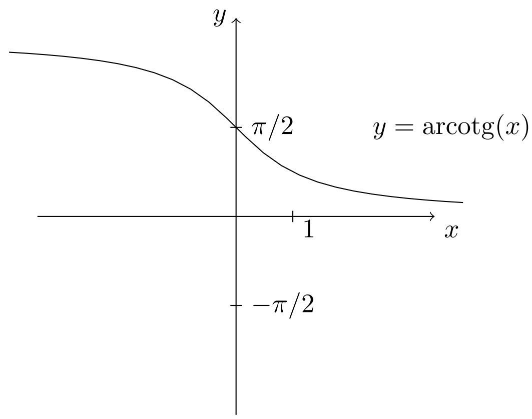
2. – **Déterminer le domaine de définition et l'image de la fonction**
   $$f : x \mapsto \frac{1}{2x+1}.$$
   Solution. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1/2\}$ et son image est $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.
   – **Si elle existe, déterminer sa fonction inverse. En donner le domaine de définition et l'image.**
   Solution. Comme la fonction f est injective, elle admet un inverse qui est la fonction
   $$f^{-1} : x \mapsto \frac{1}{2x} - \frac{1}{2}$$
   définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ et son image est $\mathbb{R}\backslash\{-1/2\}$.

3. **Dans un repère orthonormé, représenter la fonction donnée explicitement ci-dessous à partir du graphique de la fonction** ln**.**
   $$g(x) = -\ln|x|$$



Test 5 du 21-10-2011

1. – **Définir la fonction arcotangente et la représenter dans un repère orthonormé.**
   Solution. La fontion arcotangente, notée arcotg, est définie comme la fonction inverse de la fonction cotangente, lorsqu'on a restreint le domaine de celle-ci à $]0;\pi[$. De cette manière, la fonction cotg est en effet injective et son image est $\mathbb{R}$.
   La fonction arcotg est donc définie par arcotg : $\mathbb{R} \to]0;\pi[$ avec
   $$\text{arcotg } x = y \Leftrightarrow x = \text{cotg } y$$
   où $x \in \mathbb{R}$ et $y \in]0;\pi[$. Elle est représentée ci-dessous.



   – **Quel lien existe-t-il entre ce graphique et celui de la fonction cotangente ?**
   Solution. Dans un repère orthonormé, le graphique de la fonction arcotangente et celui de la fonction cotangente restreinte à l'intervalle $]0,\pi[$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

2. – **Déterminer le domaine de définition et l'image de la fonction**
   $$f : x \mapsto \frac{1}{1-3x}.$$
   Solution. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1/3\}$ et son image est $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

   – **Si elle existe, déterminer sa fonction inverse. En donner le domaine de définition et l'image ?**
   Solution. Comme la fonction f est injective, elle admet un inverse qui est la fonction
   $$f^{-1} : x \mapsto \frac{1}{3} - \frac{1}{3x}$$
   définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ et son image est $\mathbb{R}\backslash\{1/3\}$.

3. **Dans un repère orthonormé, représenter la fonction donnée explicitement ci-dessous à partir du graphique de la fonction** ln.
   $$g(x) = |\ln(-x)|$$