
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2012-2013

EXERCICES DE MATHÉMATIQUE
RÉPÉTITION 11 : CORRECTION

I. Calculs d'intégrales sur un ensemble non borné fermé

Calculer les intégrales suivantes (si c'est possible)

$$\begin{array}{lll} (1) \int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx & (2) \int_{-1}^0 \frac{\ln(|x|)}{|x|} dx & (3) \int_{-1}^e x \ln(x^2) dx \\ (4) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{4x^2+9} dx & (5) \int_2^{+\infty} \frac{1}{4x^2-9} dx & (6) \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+1} dx \\ (7) \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+10} dx & (8) \int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{x^2-2x-3} dx & (9) \int_{-\infty}^{\pi/3} \sin(2x) e^x dx \end{array}$$

(1) $\int_0^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}$	(2) $\int_{-1}^0 \frac{\ln(x)}{ x } dx \notin \mathbb{R}$	(3) $\int_{-1}^e x \ln(x^2) dx = \frac{e^2+1}{2}$
(4) $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{4x^2+9} dx = \frac{\pi}{12}$	(5) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{4x^2-9} dx = \frac{1}{12} \ln 7$	(6) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+1} dx = \frac{1}{3}$
(7) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+10} dx = \frac{\pi}{12}$	(8) $\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{x^2-2x-3} dx = \frac{1}{4} \ln 5$	(9) $\int_{-\infty}^{\pi/3} \sin(2x) e^x dx = \frac{e^{\pi/3}(\sqrt{3}+2)}{10}$

II. Divers

En cartographie, sur une carte de Mercator, l'ordonnée d'un point proche de l'équateur et dont la latitude est φ , est donnée par

$$y(\varphi) = R \int_0^{\varphi} \frac{1}{\cos u} du.$$

Montrer que

$$y = R \ln \left(\left| \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \right).$$