
Université
de Liège



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2012-2013

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES
EXERCICES DE RÉVISION EN VUE DE L'INTERROGATION DU 5/11/2012

Problèmes élémentaires

1. Quand l'eau se transforme en glace, son volume augmente de $1/15$. Quelle quantité d'eau, exprimée en litres, faut-il pour obtenir $4,48 \text{ m}^3$ de glace ? (cf. Nov 2008)
2. Lors d'une interrogation, un étudiant doit répondre à 100 questions d'un QCM. Pour toute réponse correcte, il obtient un point. S'il ne répond pas, il a 0 point et pour toute réponse incorrecte, on lui retire 0,25 point. Sachant qu'il ne répond pas à 23 questions et qu'il obtient 49,5 comme cote finale, quel est le nombre de réponses correctes fournies ? (cf. Janv 2009)
3. Un tonneau rempli aux deux tiers d'eau pèse 145 kg. Rempli aux trois quarts d'eau, il pèse 156 kg. Quelle est la capacité en hectolitres de ce tonneau ? (cf. Oct 2009)

Manipulations de réels

Résoudre les équations et inéquations suivantes (x est une inconnue réelle)

1. $|x^2 - 1| = |3x|$ (cf. Nov 2007)
2. $x^2 - 4 \geq 3x|x - 2|$ (cf. Oct 2006)
3. $x \geq 8x^4$ (cf. Nov 2007)
4. $|x - 2| \geq |x + 2|$ (cf. Janv 2008)
5. $(2 - x)^2 \leq x - 2$ (cf. Janv 2008)
6. $x|x^2 - 4| \leq |x - 2|$ (cf. Janv 2009)
7. $\frac{|2 - x|}{x^2 - 4} \geq |x - 2|$ (cf. Oct 2008)

Calcul vectoriel et droites

1. Dans un repère orthonormé, on donne les droites d_1 , d_2 et d_3 dont les équations cartésiennes sont

$$d_1 : x - 2y + 3 = 0 \quad d_2 : 2x + 5y - 12 = 0 \quad d_3 : 4x + y - 24 = 0.$$

- (a) Représenter ces 3 droites.
 - (b) Les droites d_1 et d_2 se coupent au point A . Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par A et orthogonale à d_3 .
 - (c) Donner des équations paramétriques de d_3 .
 - (d) Déterminer les coordonnées du point B d'intersection de la droite d_2 avec l'axe des abscisses.
 - (e) Le point C de coordonnées $(5, 4)$ appartient-il à d_1 ? à d_2 ? à d_3 ?
 - (f) Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{BC}$.
 - (g) Déterminer les composantes de la projection orthogonale de \overrightarrow{AB} sur d_1 .
2. Dans un repère orthonormé, on donne les points A , B et C dont les coordonnées cartésiennes sont respectivement

$$(1, -1, 0) \quad (-2, 1, 3) \quad (0, 4, -2).$$

Déterminer les composantes du produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge 2\overrightarrow{BC}$

Trigonométrie

1. Si α désigne un réel de l'intervalle $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$ et si $\cotg(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, que valent les nombres $\tg(\alpha)$, $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$? (cf. Oct 2009)
2. Simplifier $\frac{\sin(\frac{5\pi}{3})}{\cos^2(\frac{7\pi}{3})}$. (cf. Nov 2007)

3. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ (x est une inconnue réelle)

(a) $\sin(x) \cos(x) = -1$ (cf. Janv 2009)

(b) $4 \sin(x) \cos(x) = -1$ (cf. Janv 2009)

(c) $\sin(x) = \sin(3x)$ (cf. Oct 2009)

(d) $4 \sin^2(2x) = 3$ (cf. Août 2009)

(e) $2 \sin^2(2x) = \sin^2(4x)$ (cf. Janv 2010)

(f) $\sin(x) \cos(2x) = \sin(2x) \cos(x) + \frac{1}{2}$ (cf. Mai 2010)

Coniques

1. On se place dans un repère orthonormé. Représenter le graphique des coniques suivantes, données par leur équation cartésienne ? Comment s'appellent ces coniques ? Quelles sont les coordonnées de leur(s) foyer(s) ? Quelle est leur excentricité ? (cf. Oct 2009)

$$x^2 = 4y^2 - 1 \qquad 4x^2 + 9y^2 = 36.$$

2. Représenter dans un repère orthonormé en les hachurant les ensembles dont une description analytique est la suivante

$$A = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 - 4x \geq 0 \text{ et } y \leq 4 - x^2\}. \text{(cf. Nov 2006)}$$

$$B = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x^2 + 4y^2 \geq 1 \text{ et } 4 - x^2 + y^2 \leq 1\}. \text{(cf. Nov 2007)}$$

$$C = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, x^2 - 1 \geq y \text{ et } 1 - y \leq x \leq y - 1\}. \text{(cf. Janv 2008)}$$