

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES A, 2012-2013

1er bachelier en

biologie, chimie, géographie, géologie, physique, informatique, philosophie

Matière de l'examen de janvier 2013

Cet examen porte sur la matière du premier quadrimestre vue aux cours et aux différentes séances d'exercices (répétitions). Il contiendra

- des exercices (du type de ceux faits, proposés aux cours, répétitions, tests etc ; cf « listes types »)
- des questions ouvertes de théorie issues de la liste suivante (énoncés, développements et preuves, lorsqu'elles ont été faites au cours ou suggérées au cours comme petit exercice direct d'application).
Remarque : lorsqu'un théorème ou une propriété est utilisée dans une démonstration, l'énoncé doit être connu (même s'il ne figure pas explicitement dans la liste ci-dessous)

1. La formule du « binôme de Newton » : énoncé (y compris cas particuliers), preuve
2. Définition géométrique des fonctions cosinus et sinus.
3. Calcul vectoriel : définition et propriétés des produits scalaire et vectoriel, de la projection orthogonale d'un vecteur sur une droite vectorielle (y compris les expressions analytiques)
4. Définition et interprétation géométrique de la notion de convexité et de monotonie d'une fonction sur un intervalle I de \mathbb{R} .
5. Énoncé des propriétés fondamentales des fonctions exponentielle et logarithme (propriétés générales : domaine de définition, de continuité, dérivabilité, monotonie, limites, dérivée, etc + propriétés spécifiques). Preuves concernant les propriétés du logarithme (à partir de propriétés de l'exponentielle).
6. Définition des diverses limites (limite finie ou infinie en un réel, limite finie ou infinie à l'infini) et interprétation graphique.
7. Le théorème des valeurs intermédiaires : énoncé, interprétation graphique et applications (y compris les preuves directes faites au cours).
8. Définition de la continuité et de la dérivabilité d'une fonction en un point de son domaine de définition. Interprétation graphique. Lien entre les deux notions (énoncés et démonstration).
9. Applications de la dérivation :
 - * Théorème des accroissements finis : énoncé et interprétation graphique
 - * Lien entre le signe de la dérivée et la monotonie d'une fonction (énoncé et preuve)
 - * Définition d'un extremum (local, global) d'une fonction ; définition d'un point stationnaire. Relation entre les extrema et les points stationnaires (énoncé et preuve).
10. Énoncé et démonstration du fait que le produit de deux fonctions dérivables est dérivable. Justification de la forme explicite de la dérivée.
11. Dérivation des fonctions trigonométriques inverses : énoncés et démonstrations
12. Primitivation : définition et étude de l'unicité (énoncés et preuves).
13. (i) Définition de la notion d'intégrabilité et d'intégrale d'une fonction sur un intervalle fermé borné $[a, b]$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$). Interprétation graphique. (Les différentes définitions introduites dans ce cadre doivent également être bien connues.)
(ii) Définition de la notion d'intégrabilité et d'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle non borné fermé de \mathbb{R} . Étude du cas fondamental de la fonction $x \mapsto 1/x^s$ (s réel) : énoncé et preuve.
14. Nombres complexes : définition, interprétation/représentation, propriétés
15. (i) Définition des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Structure de l'ensemble des solutions (énoncés).
(ii) Description complète des solutions des équations homogènes (énoncés complets et développements permettant de passer d'une expression à une autre dans le cas où cette situation se présente, à savoir lorsque les coefficients sont réels et qu'il est question de transformation d'exponentielles « imaginaires pures » en sinus et cosinus, et vice-versa).

Version : 27 novembre 2012 (v1 : 25 novembre 2012)

F. Bastin