1, 2, 3. . . Sciences

Année académique 2012-2013

Mathématiques générales : partim B

Liste 15 : Chimie, Géographie

Version 2 mai 2013

Répétition 15

Voici des questions posées lors d'une interrogation ou d'un examen. On vous donne des réponses d'étudiants. A vous de repérer et corriger toutes les erreurs faites par ces étudiants en justifiant en quoi ce sont des erreurs.

1. On donne la fonction f explicitement par $f(x) = \sqrt{1+2x^2}$.
   a) Si c'est possible, déterminer les approximations polynomiales de cette fonction à l'ordre 1 et 2 en 0.
   b) Dans un même repère orthonormé, représenter alors f et ses approximations au voisinage de 0.

2. On donne la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

   a) Déterminer les valeurs propres de A
   b) Que vaut $2A - A^2$?

3. Soient les matrices $A = (\cos(1) \quad i-1)$ et $B = \begin{pmatrix} 1/i \\ 2 \end{pmatrix}$.

   Si c'est possible, calculer le déterminant du produit BA.

4. On donne la fonction f par $f(x,y) = \ln(xy - x)$.
   a) Déterminer le domaine d'infinie dérivabilité de cette fonction. Représenter ce domaine.
   b) Déterminer l'expression explicite de $F(t) = f(e^{-t} - 1, e^{-t} + 1)$, le domaine de dérivabilité de cette fonction et l'expression explicite de sa dérivée en tout point du domaine.
   c) Que vaut la dérivée de F en $t = 1$? Simplifier votre réponse au maximum.

5. On donne l'ensemble borné fermé $A = [-1,1] \times [-e,e]$.
   Si c'est possible, déterminer
   $$\iint_A \frac{1}{xy}\, dx\, dy.$$

6. On donne l'ensemble $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq x^2\}$
   a) Représenter graphiquement cet ensemble dans un repère orthonormé en le hachurant.
   b) Si c'est possible, déterminer la valeur de l'intégrale de la fonction $f : (x,y) \mapsto x\, e^{-y}$ sur A et simplifier votre réponse au maximum.

7. Déterminer si les séries suivantes convergent. Si oui, en déterminer la somme

   $a)\ \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{\pi^{m/2}} \qquad b)\ \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{(\ln 2)^m}{m!} \qquad c)\ \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{m!}{m^2} \qquad d)\ \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m(m+1)}$