

### 3. Géométrie analytique

**Exercice 1.** On donne le plan  $\Pi$  et la droite  $d$  par leurs équations cartésiennes

$$\Pi \equiv x + y + z + 1 = 0 \quad \text{et} \quad d \equiv \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - z = 1 \end{cases} .$$

- (a) Déterminer des équations paramétriques cartésiennes de  $\Pi$ .
- (b) La droite  $d$  et le plan  $\Pi$  sont-ils parallèles ? Pourquoi ?
- (c) La droite  $d$  et le plan  $\Pi$  sont-ils orthogonaux ? Pourquoi ?
- (d) S'il existe, déterminer des équations cartésiennes du plan contenant  $d$  et orthogonal à  $\Pi$ .
- (e) Soit  $S$  le point d'intersection de  $\Pi$  et  $d$  et soit  $A$  le point de  $d$  de coordonnées  $(2, -1, 3)$ . Déterminer les composantes de la projection orthogonale du vecteur  $\overrightarrow{SA}$  sur le plan  $\Pi$ .

**Exercice 2.** On donne le plan  $\Pi$  et la droite  $d$  par leurs équations cartésiennes

$$\Pi \equiv 2x - 2y + z + 1 = 0 \quad \text{et} \quad d \equiv \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3y - z = 0 \end{cases} .$$

- (a) Déterminer des équations paramétriques cartésiennes de  $\Pi$ .
- (b) Déterminer des équations cartésiennes de la droite  $d_0$  passant par l'origine et orthogonale à  $\Pi$ .
- (c) Déterminer des équations paramétriques cartésiennes de  $d_0$ .
- (d) Calculer la distance entre  $\Pi$  et le point de coordonnées  $(1, 1, 1)$ .
- (e) Quelle est la position relative des droites  $d$  et  $d_0$  ? Si elles sont gauches, déterminer des équations cartésiennes de la perpendiculaire commune à ces deux droites. Si elles sont coplanaires, déterminer une équation cartésienne du plan qui contient ces deux droites.
- (f) Calculer la distance entre les droites  $d$  et  $d_0$ .

**Exercice 3.** (a) Déterminer une équation cartésienne du plan  $\Pi$  passant par le point  $P$  de coordonnées  $(1, 1, 1)$  et incluant la droite  $d$  d'équations cartésiennes

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y + 2z = -3 \end{cases} .$$

- (b) En fonction d'un ou plusieurs paramètres, donner une équation cartésienne pour les plans orthogonaux à  $\Pi$  qui passent par l'origine du repère.
- (c) Parmi les plans évoqués dans le point précédent, donner une équation cartésienne pour le plan  $\Pi'$  dont l'intersection avec  $\Pi$  est parallèle à  $d$ .
- (d) Calculer la distance entre  $P$  et  $d$  et entre  $\Pi'$  et  $d$ .