

Compléments de mathématiques générales
– Géométrie analytique –

Exercice 1. On donne le plan Π et la droite d par leurs équations cartésiennes

$$\Pi \equiv x + y + z + 1 = 0 \quad \text{et} \quad d \equiv \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - z = 1 \end{cases} .$$

- (a) Déterminer des équations paramétriques cartésiennes de Π .
- (b) La droite d et le plan Π sont-ils parallèles? Pourquoi?
- (c) La droite d et le plan Π sont-ils orthogonaux? Pourquoi?
- (d) S'il existe, déterminer des équations cartésiennes du plan contenant d et orthogonal à Π .
- (e) Soit S le point d'intersection de Π et d et soit A le point de d de coordonnées $(2, -1, 3)$. Déterminer les composantes de la projection orthogonale du vecteur \overrightarrow{SA} sur le plan Π .

Exercice 2. On donne le plan Π et la droite d par leurs équations cartésiennes

$$\Pi \equiv 2x - 2y + z + 1 = 0 \quad \text{et} \quad d \equiv \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3y - z = 0 \end{cases} .$$

- (a) Déterminer des équations paramétriques cartésiennes de Π .
- (b) Déterminer des équations cartésiennes de la droite d_0 passant par l'origine et orthogonale à Π .
- (c) Déterminer des équations paramétriques cartésiennes de d_0 .
- (d) Calculer la distance entre Π et le point de coordonnées $(1, 1, 1)$.
- (e) Quelle est la position relative des droites d et d_0 ? Si elles sont gauches, déterminer des équations cartésiennes de la perpendiculaire commune à ces deux droites. Si elles sont coplanaires, déterminer une équation cartésienne du plan qui contient ces deux droites.
- (f) Calculer la distance entre les droites d et d_0 .

Exercice 3. (a) Déterminer une équation cartésienne du plan Π issu du point P de coordonnées $(1, 1, 1)$ et incluant la droite d d'équations

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y + 2z = -3 \end{cases} .$$

- (b) En fonction d'un ou plusieurs paramètres, donner une équation cartésienne pour les plans perpendiculaires à Π qui passent par l'origine du repère.
- (c) Parmi les plans évoqués en (b), donner une équation cartésienne pour le plan Π' dont l'intersection avec Π est parallèle à d .
- (d) Calculer la distance entre P et d et entre Π' et d .