

1. Déterminer la valeur des intégrales ci-dessous

- $\int_0^{\pi/4} \sin^2 x \cos(2x) dx$
- $\int_0^{+\infty} (x-1)e^{-x} dx$
- $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$
- $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2-1} dx$
- $\int_0^{-\infty} \frac{1}{4x^2+9} dx$
- $\int_0^4 \frac{x}{(x+1)^3} dx$

2. Déterminer la somme des séries suivantes

$$\sum_{m=1}^{+\infty} (\ln(e^2))^{-m/2}, \quad \sum_{m=2}^{+\infty} \frac{1}{m(m+1)}$$

3. Représenter graphiquement les ensembles suivants dans un repère orthonormé

$$\{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}, y \geq 1 - x^2 \text{ et } x^2 + 2y + y^2 \leq 3\}, \quad \{(\sqrt{1+t^2}, t) : t \in \mathbb{R}\}$$

4. Esquisser le graphique des coniques suivantes dans un repère orthonormé, en déterminer les foyers et l'excentricité.

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1, \quad \frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{25} = 1, \quad \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1, \quad \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{25} = 1, \quad x^2 = y + 1, \quad xy = 1.$$

5. Divers petits problèmes pratiques ...

- Un soir de pluie, on mesure une hauteur de 1mm d'eau par mètre carré. A combien de litres par mètre carré cela correspond-il?
- Combien de m³ d'eau de mer doit-on prendre pour en retirer 615 kg de sel si 1 l de cette eau pèse 1,025 kg et contient 3 % de son poids en sel?
- Si on double la longueur de l'arête d'un cube, l'aire totale des faces de ce cube est
 multipliée par 2 multipliée par 4 multipliée par 6 multipliée par 8 aucune des réponses précédentes ne convient
- Si on double la longueur de l'arête d'un cube, alors le rapport de l'aire totale des faces du cube vis-à-vis de son volume
 augmente diminue reste le même
- Quand on dit qu'une population de cellules a augmenté de 25%, le nombre de cellules est
 multiplié par 0.25 multiplié par 0.75 multiplié par 1.25 divisé par 0.25 divisé par 0.75 divisé par 1.25 aucune des réponses précédentes ne convient
- Quand on dit qu'une population de cellules a diminué de 25%, le nombre de cellules est
 multiplié par 0.25 multiplié par 0.75 multiplié par 1.25 divisé par 0.25 divisé par 0.75 divisé par 1.25 aucune des réponses précédentes ne convient
- Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$ à quelle longueur en cm sera ramenée une distance réelle de 4,5 km?