

# Compléments de Mathématiques 2009-2010

MATH0232-x, 2e bachelier en géométrie/géomatique

---

## Trigonométrie sphérique

---

Remarque : il y a également des exercices dans les notes de cours

1. Etablir la formule des sinus et la formule des cotangentes à partir de la formule fondamentale.
2. Calculer la distance qui sépare Rio de Janeiro ( $23^{\circ}27'S$ ,  $43^{\circ}10'O$ ) et le cap de Bonne-Espérance ( $34^{\circ}32'S$ ,  $18^{\circ}30'E$ )
3. Un mile nautique est défini comme étant la distance entre deux points du globe situés sur un même méridien et séparés par une minute d'arc. Que vaut cette distance en kilomètres ?
4. Un *angle solide* (mesure de l'angle solide) est l'analogue tridimensionnel de l'angle plan ou bidimensionnel. Dans l'espace bidimensionnel, l'angle plan (mesure de l'angle plan) est défini comme le rapport de la longueur de l'arc sur le rayon d'un cercle ; dans l'espace tridimensionnel, (la mesure de) *l'angle solide est défini* de façon analogue comme le rapport de la surface d'une partie d'une sphère sur le rayon au carré. Son unité est le stéradian noté *sr*.

Un angle solide est souvent noté  $\Omega$  (oméga majuscule). Il mesure la surface sur laquelle un objet se projette radialement sur une sphère de rayon unité.

Le stéradian est défini comme étant (la mesure de) l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe, sur la surface de cette sphère, une aire équivalente à celle d'un carré dont le côté est égal au rayon de la sphère. Autrement dit, un angle solide d'un stéradian délimite sur la sphère unité à partir du centre de cette sphère une surface d'aire 1. Pour une sphère complète, l'angle solide vaut donc  $4\pi$  stéradians. Le stéradian est une quantité sans dimension. Dans la pratique, le symbole *sr* est utilisé lorsque cela s'avère utile plutôt que de ne pas mettre d'unité du tout.

Par exemple, le regard d'un œil humain embrasse environ 0,5 sr.

- Quelle est la mesure, en stéradians, de l'angle solide déterminé par un cône circulaire de mesure d'angle au sommet (« angle d'ouverture » du cône)  $\theta$  (radians) ?
- En degrés et en radians, quelle est l'angle d'ouverture d'un cône qui détermine un angle solide de 1 stéradian ?

