

## *Compléments de Mathématiques 2008-2009*

MATH0232-x, 2e bachelier en chimie, géométrie, informatique

---

### Liste d'exercices 5

---

1. On donne la fonction  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 4y - 3$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ .
  - (i) Déterminer ses éventuels extrema libres dans  $\mathbb{R}^2$ .
  - (ii) Déterminer ses éventuels extrema libres dans l'ouvert  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$ .
  - (iii) Déterminer ses éventuels extrema sous la contrainte  $x^2 + y^2 = 4$ .
  - (iv) Déterminer ses éventuels extrema libres dans le fermé borné  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

2. On donne les fonctions  $f, g$  par

$$f(x, y) = (y - x^2)^2 + x^5, \quad g(x, y) = x^2 - 3xy + y^2.$$

- (i) Déterminer l'équation cartésienne du plan tangent à la surface  $S$  d'équation  $z = g(x, y)$  (c'est-à-dire à la surface qui représente graphiquement la fonction  $g$ ) au point de coordonnées  $(0, 0, 0)$ .
  - (ii) Déterminer les extrema éventuels de ces fonctions. Sont-ils globaux? Justifier.
  - (iii) Déterminer les extrema éventuels de  $g$  sous la contrainte  $xy = 1$ . Sont-ils globaux? Justifier.
3. Déterminer les extrema éventuels de  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  sous la contrainte  $x^4 + y^4 + z^4 = 1$ .
  4. Exemples aux pages [http : //fr.wikipedia.org/wiki/Multiplicateur\\_de\\_Lagrange](http://fr.wikipedia.org/wiki/Multiplicateur_de_Lagrange)