Université
de Liège

1, 2, 3... Sciences

Année académique 2014-2015

Mathématiques générales A : corrigé du test 1

Version 23 septembre 2014

Corrigé du test 1 du 06-10-2014

1. **Soit la conique d'équation $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$, avec $a<b$, $a,b\in\mathbb{R}_0$. De quel type de conique s'agit-il ? En fonction des éléments donnés dans l'équation, donner les coordonnées de ses foyers, de ses points d'intersection avec les axes, les équations de ses asymptotes éventuelles et la valeur de son excentricité.**

   Solution. L'équation donnée est celle d'une ellipse ; cette conique n'a pas d'asymptote.
   Ses foyers sont les points de coordonnées $(-\sqrt{b^2-a^2},0)$ et $(\sqrt{b^2-a^2},0)$.
   Ses points d'intersection avec les axes ont pour coordonnées $(0,-a)$, $(0,a)$, $(-b,0)$ et $(b,0)$.
   Son excentricité vaut $e=\dfrac{\sqrt{b^2-a^2}}{b}$.

2. **Deux villes comptent ensemble 320 000 habitants. Si, aux $\frac{2}{7}$ de la population de la deuxième ville, on ajoute la moitié de la population de la première, on a un total de 130 000 habitants. Quelle est la population de chacune de ces villes ?**

   Solution.
   Données : Soit x , naturel strictement positif, le nombre d'habitants de la deuxième ville ; celui de la première ville vaut $320\ 000-x$.
   Mise en équation : Lorsqu'aux $\frac{2}{7}$ de la population de la deuxième ville on ajoute la moitié de la population de la première, on a un total de 130 000 habitants. Dès lors on a l'égalité

   $$\frac{2}{7}x+\frac{1}{2}(320\ 000-x)=130\ 000$$

   Résolution : En réduisant au même dénominateur, on obtient

   $$4x+7\,.\,320\ 000-7x=14\,.\,130\ 000\Leftrightarrow 3x=14\,(160\ 000-130\ 000)\Leftrightarrow 3x=14\,.\,30\ 000\Leftrightarrow x=140\ 000$$

   Solution du problème : Il y a donc 140 000 habitants dans la deuxième ville et $320\ 000-x$, c'est-à-dire 180 000 habitants dans la première.

Corrigé du test 1 du 10-10-2014

1. **Soit la conique d'équation $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$, avec $a < b$, $a, b \in \mathbb{R}_0$. De quel type de conique s'agit-il ? En fonction des éléments donnés dans l'équation, donner les coordonnées de ses foyers, de ses points d'intersection avec les axes, les équations de ses asymptotes éventuelles et la valeur de son excentricité.**

   Solution. L'équation donnée est celle d'une hyperbole.
   Ses foyers sont les points de coordonnées $(-\sqrt{b^2+a^2}, 0)$ et $(\sqrt{b^2+a^2}, 0)$.
   Ses points d'intersection avec les axes ont pour coordonnées $(-b, 0)$ et $(b, 0)$.
   Ses asymptotes ont pour équation cartésienne $y = \frac{a}{b}\, x$ et $y = -\frac{a}{b}\, x$.
   Son excentricité vaut $e = \dfrac{\sqrt{b^2+a^2}}{b}$.

2. **Alain et Bernard ont ensemble 840 euros. Après que le premier a dépensé le tiers de son avoir et le second la moitié, il reste 480 euros. Quelle somme chacun avait-il au départ ?**

   Solution.
   Données : Soit $x > 0$, la somme (en euros) possédée par Alain ; Bernard possède alors $(840 - x)$ euros.
   Mise en équation : Le premier dépense le tiers de son avoir ; il lui reste donc $\frac{2}{3}x$. Le deuxième dépense la moitié de son avoir ; il lui reste par conséquent $\frac{1}{2}(840 - x)$. Puisqu'il reste en tout 480 euros, on a l'égalité

   $$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}(840 - x) = 480$$

   Résolution : En réduisant au même dénominateur, on obtient

   $$4x + 3\,.\,840 - 3x = 6\,.\,480 \Leftrightarrow x = 6\,.\,480 - 3\,.\,840 \Leftrightarrow x = 30\,(2\,.\,48 - 84) \Leftrightarrow x = 30\,.\,12 \Leftrightarrow x = 360$$

   Solution du problème : Alain possède 360 euros et Bernard en possède $840 - 360 = 480$.