
Université
de Liège



1, 2, 3... Sciences

Année académique 2014-2015

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES A : CORRIGÉ DU TEST 2

Corrigé du test 2 du 03-11-2014

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f donnée explicitement ci-dessous. Expliciter clairement de quelles fonctions élémentaires la fonction f est la composée et écrire la composition.

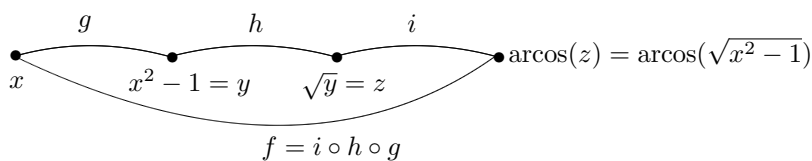
$$f : x \mapsto \arcsos\left(\sqrt{x^2 - 1}\right)$$

Solution. Le domaine de définition de f est $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \geq 0, -1 \leq \sqrt{x^2 - 1} \leq 1\}$. La première condition est équivalente à $x \leq -1$ ou $x \geq 1$. L'inégalité $-1 \leq \sqrt{x^2 - 1}$ est toujours vérifiée et $\sqrt{x^2 - 1} \leq 1 \Leftrightarrow x^2 - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$. Dès lors, $\text{dom}(f) = [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$.

Voici les fonctions élémentaires qui, composées, donnent la fonction f :

$g : x \mapsto x^2 - 1$, $h : y \mapsto \sqrt{y}$ et $i : z \mapsto \arcsos(z)$.

La composition se représente de la façon suivante :



2. Définir la notation suivante : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 5$.

Solution.

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0 \text{ tel que } \left. \begin{array}{l} |x + 1| \leq \eta \\ x \in \text{dom}(f) \end{array} \right\} \Rightarrow |f(x) - 5| \leq \varepsilon$$

Corrigé du test 2 du 6-11-2014

1. **Déterminer le domaine de définition de la fonction f donnée explicitement ci-dessous. Expliciter clairement de quelles fonctions élémentaires la fonction f est la composée et écrire la composition.**

$$f : x \mapsto \ln(|x + 2| - 1)$$

Solution. Le domaine de définition de f est $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : |x + 2| - 1 > 0\}$.

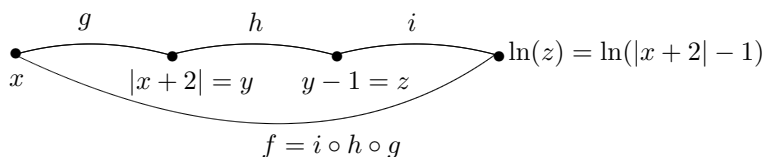
La condition est équivalente à $|x + 2| > 1$. Cette inégalité se traduit par $(x + 2 < -1 \Leftrightarrow x < -3)$ ou $(x + 2 > 1 \Leftrightarrow x > -1)$.

Dès lors, $\text{dom}(f) =]-\infty, -3[\cup]-1, +\infty[$.

Voici les fonctions élémentaires qui, composées, donnent la fonction f :

$g : x \mapsto |x + 2|$, $h : y \mapsto y - 1$ et $i : z \mapsto \ln(z)$.

La composition se représente de la façon suivante :



2. **Définir la notation suivante :** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$.

Solution.

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0 \text{ tel que } \left. \begin{array}{l} x \geq N \\ x \in \text{dom}(f) \end{array} \right\} \Rightarrow |f(x) + 4| \leq \varepsilon$$

Corrigé du test 2 du 7-11-2014

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f donnée explicitement ci-dessous. Expliciter clairement de quelles fonctions élémentaires la fonction f est la composée et écrire la composition.

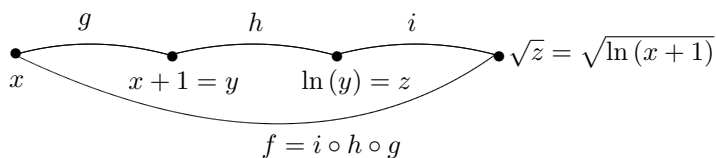
$$f : x \mapsto \sqrt{\ln(x+1)}$$

Solution. Le domaine de définition de f est $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x+1 > 0, \ln(x+1) \geq 0\}$. La première condition est équivalente à $x > -1$ et la deuxième à $x+1 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$. Dès lors, $\text{dom}(f) = [0, +\infty[$.

Voici les fonctions élémentaires qui, composées, donnent la fonction f :

$g : x \mapsto x+1$, $h : y \mapsto \ln(y)$ et $i : z \mapsto \sqrt{z}$.

La composition se représente de la façon suivante :



2. Définir la notation suivante : $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$.

Solution.

$$\forall R > 0, \exists \eta > 0 \text{ tel que } \left. \begin{array}{l} |x+2| \leq \eta \\ x \in \text{dom}(f) \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) \geq R$$