Glossaire

AVERTISSEMENT
Ce glossaire reprend les définitions fondamentales du cours de Mathématiques Générales de F.Bastin. Celles-ci sont plus d'une fois exprimées en langage symbolique ET en français afin d'exercer l'étudiant à pratiquer le transcodage.
Définir une notion dans l'un ou l'autre langage est équivalent; énoncer les deux équivaut à dire deux fois la même chose.

- **Angle polaire (ou argument)**
On fixe un intervalle I de longueur 2π, par exemple $[0, 2\pi[$. Soit P un point différent de l'origine. L'angle polaire de P est le réel θ appartenant à I, deuxième coordonnée polaire de P.
Si les coordonnées cartésiennes du point sont (x, y) alors θ est donné par
$$\cos\theta = \tfrac{x}{r}, \quad \sin\theta = \tfrac{y}{r} \quad (r = \sqrt{x^2+y^2}).$$

- **Approximation polynomiale d'une fonction**
Soit I un intervalle ouvert contenant le point x_0 et soit f une fonction définie sur I. Soient un naturel n positif ou nul et un polynôme P de degré inférieur ou égal à n.
Le polynôme $x \mapsto P(x - x_0)$ est une approximation de f à l'ordre n en x_0 si
$$\lim_{x\to x_0, x\neq x_0} \frac{f(x) - P(x-x_0)}{(x-x_0)^n} = 0.$$

- **arcos**
Fonction inverse de la fonction bijective $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$. On a donc
$$\text{arcos} : [-1,1] \to [0,\pi] \text{ et } \cos(\text{arcos } x) = x,\ \forall x \in [-1,1],\ \text{arcos}(\cos x) = x,\ \forall x \in [0,\pi].$$

- **arcotg**
Fonction inverse de la fonction bijective $\text{cotg} :]0, \pi[\to \mathbb{R}$. On a donc
$$\text{arcotg} : \mathbb{R} \to]0,\pi[\text{ et cotg(arcotg } x) = x,\ \forall x \in \mathbb{R},\ \text{arcotg}(\text{cotg}x) = x,\ \forall x \in]0,\pi[.$$

- **arcsin**
Fonction inverse de la fonction bijective $\sin : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1, 1]$. On a donc
$$\arcsin : [-1,1] \to [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \text{ et } \sin(\arcsin x) = x,\ \forall x \in [-1,1],\ \arcsin(\sin x) = x,\ \forall x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}].$$

- **arctg**
Fonction inverse de la fonction bijective $\text{tg} :] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\to \mathbb{R}$. On a donc
$$\text{arctg} : \mathbb{R} \to] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\text{ et tg}(\text{arctg}x) = x,\ \forall x \in \mathbb{R},\ \text{arctg}(\text{tg}x) = x,\ \forall x \in] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[.$$

- **Asymptote oblique au graphique d'une fonction**
Soit f une fonction définie sur $]a, +\infty[$.
La droite d'équation cartésienne $y = mx + p$ est asymptote oblique en $+\infty$ au graphique de f si
$$\lim_{x\to+\infty} (f(x) - mx - p) = 0.$$
On définit également une asymptote oblique en $-\infty$ si f est défini sur $] - \infty, a[$ en remplaçant la limite en $+\infty$ par une limite en $-\infty$.

- **Asymptote verticale au graphique d'une fonction**
  Soit $x_0 \in \,]a,b[$ et une fonction f définie sur $]a,b[\setminus\{x_0\}$.
  La droite d'équation cartésienne $x = x_0$ est asymptote verticale à droite au graphique de f si
  $$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty \quad \text{ou} \quad \lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty.$$
  On définit également une asymptote verticale à gauche, en remplaçant les limites à droite par des limites à gauche.

- **Base**
  1. **du plan**
     Ensemble de deux vecteurs non parallèles.
  2. **de l'espace**
     Ensemble de trois vecteurs n'appartenant pas à un même plan.

- **Base orthonormée**
  Base dont les vecteurs sont orthogonaux deux à deux et de longueur 1.

- **Bijection** : cf. fonction bijective.

- **Borne inférieure d'un ensemble minoré**
  Si A est une partie non vide et minorée de $\mathbb{R}$, un réel m est appelé borne inférieure de A si
  1) m est un minorant de A
  2) pour tout autre minorant r de A, on a $m \geq r$.
  On démontre qu'un ensemble non vide et minoré de $\mathbb{R}$ possède toujours une borne inférieure unique.
  En d'autres termes, m est le plus grand des minorants de A.
  On note
  $$m = \inf_{a\in A} a = \inf\{a : a \in A\} = \inf_{x\in A} x.$$

- **Borne supérieure d'un ensemble majoré**
  Si A est une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$, un réel M est appelé borne supérieure de A si
  1) M est un majorant de A
  2) pour tout autre majorant R de A, on a $M \leq R$.
  On démontre qu'un ensemble non vide et majoré de $\mathbb{R}$ possède toujours une borne supérieure unique.
  En d'autres termes, M est le plus petit des majorants de A.
  On note
  $$M = \sup_{a\in A} a = \sup\{a : a \in A\} = \sup_{x\in A} x.$$

- **Cercle**
  Soit P_0 un point et r un réel strictement positif.
  Le cercle de centre P_0 et de rayon r est le lieu $\mathcal{C}$ des points du plan situés à distance r de P_0, ou encore
  $$P \in \mathcal{C} \Leftrightarrow dist(P_0, P) = r.$$

- **Cercle trigonométrique**
  Cercle de rayon 1 centré à l'origine des axes d'un repère orthonormé.

- **Changement de variables entre deux intervalles ouverts**
  Dans ce cadre, un changement de variable entre $]a, b[$ et $]a', b'[$ (resp. $]b', a'[$) est le passage d'une variable de l'intervalle $]a, b[$ à une autre de l'intervalle $]a', b'[$ (resp. $]b', a'[$) effectué à l'aide d'une fonction $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ qui appartient à $C_1(]a, b[)$ dont la dérivée est strictement positive (resp. négative) sur $]a, b[$ telle que
  $$a' = \lim_{x \to a^+} f(x), \quad b' = \lim_{x \to b^-} f(x).$$

- **Cofacteur d'un élément d'une matrice carrée**
  Le cofacteur de l'élément i, j de cette matrice est le déterminant du tableau carré obtenu en supprimant la ligne et la colonne qui contiennent cet élément multiplié par $(-1)^{i+j}$.

- **Combinaison linéaire** (d'éléments d'un ensemble dans lequel on a défini une addition et une multiplication par un réel ou un complexe)
  On peut faire des combinaisons linéaires de vecteurs, de fonctions, de matrices, ...
  Une combinaison linéaire d'éléments de ce type est une somme de multiples de ces éléments.

- **Composantes d'un vecteur**
  - **dans une base du plan**
    Si $\vec{u}, \vec{v}$ forment une base du plan et si $\vec{x}$ s'écrit $\vec{x} = r\vec{u} + s\vec{v}$,
    les nombres r et s sont les composantes du vecteur $\vec{x}$ dans la base $\vec{u}, \vec{v}$.
  - **dans une base de l'espace**
    Si $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ forment une base de l'espace et si $\vec{x}$ s'écrit $\vec{x} = r\vec{u} + s\vec{v} + t\vec{w}$,
    les nombres r, s et t sont les composantes du vecteur $\vec{x}$ dans la base $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

  Remarquons que les composantes d'un vecteur dans une base sont uniques.

- **Cône**
  Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 0$ où a, b, c sont des réels strictement positifs.

- **Conjugué d'un complexe**
  Le conjugué du complexe z, noté $\bar{z}$, est le complexe qui a la même partie réelle que z mais dont la partie imaginaire est l'opposé de celle de z; en d'autres termes,
  $$\text{si } z = (a, b) = a + ib \text{ alors } \bar{z} = (a, -b) = a - ib.$$

- **Continuité d'une fonction en un point**
  Soit f une fonction définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit x_0 un point de A.
  La fonction f est continue en x_0 (on dit aussi que le point x_0 est un point de continuité de f) si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ existe.

- **Continuité d'une fonction de deux variables en un point**
  Soit f une fonction de deux variables définie sur $A \subset \mathbb{R}^2$ et soit (x_0, y_0) un point de A.
  La fonction f est continue au point (x_0, y_0) si $\lim\limits_{(x,y) \to (x_0, y_0)} f(x, y)$ existe.

- **Coordonnées cartésiennes d'un point dans un repère**
  Les coordonnées du point P dans un repère d'origine O sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{OP}$ dans la base servant à définir le repère.

- **Coordonnées polaires d'un point**
On fixe un intervalle I de longueur 2π, par exemple $[0, 2\pi[$. Soit P un point différent de l'origine et de coordonnées cartésiennes (x, y).
Les coordonnées polaires de P sont le réel strictement positif r, appelé rayon polaire, et l'unique $\theta \in I$, appelé angle polaire ou argument, tels que $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$. Inversement, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ et θ est tel que $\cos\theta = \frac{x}{r}, \quad \sin\theta = \frac{y}{r}$.

- **Cosinus d'un réel**

  1. **Définition géométrique**
  A tout réel x, on associe le point du cercle trigonométrique défini de la manière suivante :
     - si $x \geq 0$, le point est obtenu en parcourant le cercle, à partir du point de coordonnées $(1, 0)$ dans le sens trigonométrique, jusqu'à ce que l'arc décrit soit de longueur x.
     - si $x < 0$, le point est obtenu en parcourant le cercle, à partir du point de coordonnées $(1, 0)$ dans le sens trigonométrique inverse, jusqu'à ce que l'arc décrit soit de longueur $-x$.

     Le cosinus du réel x est alors l'abscisse du point obtenu sur le cercle.
  2. **Définition par les séries**
  Le cosinus du réel x est la partie réelle de e^{ix}; en d'autres termes,
  $$\cos x = \Re(e^{ix}),\ x \in \mathbb{R}.$$

- **Courbe**
Une courbe du plan est une partie $\mathcal{C}$ du plan pour laquelle il existe un intervalle I de $\mathbb{R}$ et des fonctions continues f, g sur I telles que $\mathcal{C} = \{(f(t), g(t)), t \in I\}$.
En particulier, la courbe d'équation cartésienne $y = f(x)$ est la courbe $\mathcal{C} = \{(x, f(x)), x \ \in I\}$ (en supposant dom $(f) = I$). C'est la représentation graphique de la fonction f de graphe $\{(x, f(x)) : x \in I\}$.

- **Courbe de niveau d'une fonction de deux variables**
Soit f une fonction de deux variables réelles et r un réel appartenant à l'image de f.
L'ensemble $\{(x, y) \in \text{dom } (f) : f(x, y) = r\}$ est une courbe de niveau de f.

- **Cylindre elliptique**
Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ où a, b sont des réels strictement positifs.

- **Cylindre hyperbolique**
Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ où a, b sont des réels strictement positifs.

- **Cylindre parabolique**
Surface d'équation cartésienne canonique $x^2 = pz$ où p est un réel non nul.

- **Découpage d'un intervalle borné fermé**
Soit $I = [a, b]$ (avec $a, b \in \mathbb{R}$ et $a < b$) un intervalle borné fermé.

  Un découpage de $]a, b[$ est la donnée d'un naturel strictement positif n et de $n - 1$ points $x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1}$ de $]a, b[$.

  Un découpage à la Riemann de $[a, b]$ est la donnée
  - d'un naturel strictement positif n, de $n - 1$ points $x_1 < x_2 < \ldots < x_{n-1}$ de $]a, b[$
  - de n points $r_k \in [x_{k-1}, x_k],\ k = 1, \ldots, n$ si on pose $a = x_0$ et $b = x_n$.

  On note un tel découpage σ ou $\{[a, x_1, \ldots, x_{n-1}, b], (r_k)_{1 \leq k \leq n}\}$.

- **Cotangente d'un réel**
  Quotient du cosinus par le sinus du réel pour autant que le sinus diffère de zéro, c'est-à-dire :
  $$\mathrm{cotg}x = \frac{\cos x}{\sin x},\ x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}.$$

- **Degré d'un polynôme d'une variable**
  Exposant de la plus haute puissance à coefficient non nul à laquelle est élevée la variable dans l'expression du polynôme.

- **Dérivabilité d'une fonction en un point**
  Soit f une fonction définie sur l'intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$ et soit x_0 un point de I.
  La fonction f est dérivable en x_0 si la limite
  $$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \text{ existe et est finie.}$$
  Cette limite est notée $Df(x_0)$ et est appelée la dérivée de f au point x_0.

- **Dérivabilité d'une fonction de deux variables par rapport à sa deuxième variable en un point**
  Soit $f = f(.,.)$ une fonction définie sur un ouvert A de $\mathbb{R}^2$ et soit $(x_0, y_0) \in A$.
  La fonction f est dérivable par rapport à sa deuxième variable en (x_0, y_0) si la limite
  $$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0, y_0+h)-f(x_0,y_0)}{h} = \lim_{y\to y_0} \frac{f(x_0,y)-f(x_0,y_0)}{y-y_0}$$
  existe et est finie.
  Cette limite, notée $D_y f(x_0, y_0)$ est la dérivée partielle de f par rapport à sa deuxième variable au point (x_0, y_0).

- **Dérivabilité d'une fonction de deux variables par rapport à sa première variable en un point**
  Soit $f = f(.,.)$ une fonction définie sur un ouvert A de $\mathbb{R}^2$ et soit $(x_0, y_0) \in A$.
  La fonction f est dérivable par rapport à sa première variable en (x_0, y_0) si la limite
  $$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h, y_0)-f(x_0,y_0)}{h} = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x,y_0)-f(x_0,y_0)}{x-x_0}$$
  existe et est finie.
  Cette limite, notée $D_x f(x_0, y_0)$ est la dérivée partielle de f par rapport à sa première variable au point (x_0, y_0).

- **Dérivée d'ordre p d'une fonction**
  Soit $p \in \mathbb{N}_0$.
  La dérivée d'ordre p d'une fonction au moins p fois dérivable est la fonction obtenue après p dérivations successives de f. On la note $D^p f$.

- **Déterminant d'une matrice carrée**
  1. matrice de dimension 1 : si $A = (a)$ où $a \in \mathbb{C}$, le déterminant de A vaut a.
  2. matrice de dimension au moins égale à 2 : somme des produits des éléments de la première ligne par les cofacteurs correspondants.

  Si A est une matrice carrée, son déterminant est noté $\det A$.

- **Diagonalisation d'une matrice carrée**
  Recherche d'une matrice carrée inversible S telle que $S^{-1}AS$ soit une matrice diagonale.

- **Diagonale principale d'une matrice carrée**
Ensemble des éléments diagonaux de cette matrice.

- **Dimension d'une matrice carrée**
Nombre de lignes ou de colonnes de la matrice carrée.

- **Direction d'un vecteur libre non nul**
Ensemble des multiples non nuls de ce vecteur.

- **Distance entre deux sous-ensembles non vides**
Borne inférieure des longueurs des vecteurs obtenus en joignant un point quelconque de l'un des ensembles à un point quelconque de l'autre.
En d'autres termes, si A et B sont deux sous-ensembles non vides, on a

$$\mathrm{dist}(A, B) = \inf\{||\overrightarrow{PP'}|| : P \in A, P' \in B\}.$$

- **Domaine de définition d'une fonction** f
Ensemble des réels qui ont une image par la fonction f; on le note en général $\mathrm{dom}(f)$.

- **Domaine de définition d'une fonction de deux variables réelles**
Ensemble des points du plan qui ont une image par la fonction f; on le note dom (f).

- **Domaine de définition d'une fonction de trois variables réelles**
Ensemble des points de l'espace qui ont une image par la fonction f; on le note dom (f).

- **Droite**
Soit un point P_0 et un vecteur libre non nul $\vec{v}$.
La droite d_0 passant par P_0 et de vecteur directeur $\vec{v}$ est l'ensemble des points P pour lesquels il existe $r \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{P_0P} = r\vec{v}$. On a donc

$$d_0 = \{P : \exists r \in \mathbb{R} \text{ tel que } \overrightarrow{P_0P} = r\vec{v}\}.$$

- **Elément diagonal d'une matrice carrée**
Elément de cette matrice qui se trouve sur une ligne et une colonne de même numéro.

- **Elément d'une matrice**
Nombre du tableau définissant la matrice.
De façon standard, l'élément qui se trouve sur la ligne numéro i et la colonne numéro j de la matrice A se note $(A)_{i,j}$.

- **Ellipse**
Soient F et F' deux points distincts, appelés foyers, et soit k un réel strictement plus grand que la distance entre F et F'.
L'ellipse $\mathcal{E}$ définie par ces données est le lieu des points du plan dont la somme des distances à F et F' est égale à k. En d'autres termes,

$$P \in \mathcal{E} \Leftrightarrow dist(F, P) + dist(F', P) = k.$$

- **Ellipsoïde**
Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ où a, b, c sont des réels strictement positifs.

- **Ensemble borné de** $\mathbb{R}$
Ensemble non vide de réels à la fois majoré et minoré. Ainsi, si A est un sous-ensemble non vide de $\mathbb{R}$, A est borné s'il existe un réel $R > 0$ tel que $|x| \leq R,\ \forall x \in A$.

- **Ensemble borné du plan**
Sous-ensemble du plan contenu dans un rectangle du type $[a,b] \times [c,d]$ où a,b,c,d sont des réels. Il revient au même de dire qu'il s'agit d'un sous-ensemble du plan contenu dans une boule centrée à l'origine $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq r\}$ où r est un réel strictement positif.

- **Ensemble fermé du plan**
Sous-ensemble du plan dont le complémentaire est un ouvert du plan.

- **Ensemble majoré**
Si A est un sous-ensemble non vide de $\mathbb{R}$, A est majoré s'il existe un réel R tel que $A \subset]-\infty, R]$, en d'autres termes, s'il existe R tel que $x \leq R,\ \forall x \in A$, ce qu'on peut exprimer en disant que le réel R est supérieur ou égal à tout élément de A.

- **Ensemble minoré**
Si A est un sous-ensemble non vide de $\mathbb{R}$, A est minoré s'il existe un réel r tel que $A \subset [r, +\infty[$, en d'autres termes, s'il existe r tel que $x \geq r,\ \forall x \in A$, ce qu'on peut exprimer en disant que le réel r est inférieur ou égal à tout élément de A.

- **Ensemble parallèle à l'axe X**
  - Soit A un sous-ensemble **borné fermé** du plan.
  L'ensemble A est parallèle à l'axe X s'il existe deux fonctions g_1, g_2 continues sur un intervalle $[c,d]$ de $\mathbb{R}$ telles que $g_1 \leq g_2$ sur $[c,d]$ et telles que
  $$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : g_1(y) \leq x \leq g_2(y),\ c \leq y \leq d\}.$$
  - Soit A un sous-ensemble **non borné fermé** du plan.
  Dans la définition précédente, l'une des fonctions g_1, g_2 peut ne pas apparaître, les inégalités faisant intervenir ces fonctions peuvent être strictes et l'intervalle $[c,d]$ peut être remplacé par un intervalle quelconque de $\mathbb{R}$.

- **Ensemble parallèle à l'axe Y**
  - Soit A un sous-ensemble **borné fermé** du plan.
  L'ensemble A est parallèle à l'axe Y s'il existe deux fonctions f_1, f_2 continues sur un intervalle $[a,b]$ de $\mathbb{R}$ telles que $f_1 \leq f_2$ sur $[a,b]$ et telles que
  $$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b,\ f_1(x) \leq y \leq f_2(x)\}.$$
  - Soit A un sous-ensemble **non borné fermé** du plan.
  Dans la définition précédente, l'une des fonctions f_1, f_2 peut ne pas apparaître, les inégalités faisant intervenir ces fonctions peuvent être strictes et l'intervalle $[a,b]$ peut être remplacé par un intervalle quelconque de $\mathbb{R}$.

- **Equation caractéristique**
  - L'équation caractéristique associée à l'équation différentielle $aDf(x)+bf(x)=0$, $(a,b \in \mathbb{C}$, $a \neq 0)$ est l'équation $az+b=0$.
  - L'équation caractéristique associée à l'équation différentielle $aD^2f(x)+bDf(x)+cf(x)=0$, $(a,b,c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$ est l'équation $az^2+bz+c=0$.

- **Equation cartésienne canonique**
Equation cartésienne obtenue dans un repère adéquat qui tient notamment compte des symétries.

- **Equation cartésienne d'un ensemble**
Relation(s) entre les coordonnées cartésiennes qui caractérisent l'appartenance d'un point à l'ensemble.

- **Equation différentielle linéaire à coefficients constants**
  Equation du type
$$a_pD^pf(x) + \ a_{p-1}D^{p-1}f(x) + \ldots + a_1Df(x) + a_0f(x) = g(x)$$
  où $p \in \mathbb{N}_0$, g est une fonction donnée, continue sur un intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$, où les a_j ($j = 0, \ldots, p$) sont des constantes complexes avec $a_p \neq 0$ et où f, l'inconnue (fonction à déterminer) est p fois continûment dérivable sur I .

- **Equation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 1**
  Equation $aDf(x) + bf(x) = g(x)$ où a, b sont des constantes complexes, $a \neq 0$, et où g est une fonction continue sur un intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$.
  La fonction f est l'inconnue, fonction à déterminer dérivable sur I.

- **Equation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 1 homogène**
  Equation $aDf(x) + bf(x) = 0$ où a, b sont des constantes complexes, $a \neq 0$.
  La fonction f est l'inconnue, fonction à déterminer dérivable sur $\mathbb{R}$.

- **Equation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2**
  Equation $aD^2f(x) + bDf(x) + cf(x) = g(x)$ où a, b, c sont des constantes complexes, $a \neq 0$, et où g est une fonction continue sur un intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$.
  La fonction f est l'inconnue, fonction à déterminer deux fois dérivable sur I.

- **Equation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2 homogène**
  Equation $aD^2f(x) + bDf(x) + cf(x) = 0$ où a, b, c sont des constantes complexes, $a \neq 0$.
  La fonction f est l'inconnue, fonction à déterminer deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

- **Equation du premier degré à une inconnue**
  Relation du type $ax + b = 0$ où $a, b \in \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) avec $a \neq 0$. Dans ce cas, x est l'inconnue.

- **Equation du second degré à une inconnue**
  Relation du type $ax^2 + bx + c = 0$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) avec $a \neq 0$. Dans ce cas, x est l'inconnue.

- **Excentricité**
  - **d'une ellipse ou d'une hyperbole**
    Si le réel k vaut $2a$ (cf. définition de l'ellipse et de l'hyperbole) et si la distance entre les foyers vaut $2c$ alors l'excentricité e est le quotient de c par a.
    Ce réel strictement positif est strictement inférieur à 1 pour une ellipse et strictement supérieur à 1 pour une hyperbole.
  - **d'une parabole**
    Réel égal à 1.

- **Exponentielle de base a**
  Soit $a > 0$. L'exponentielle de base a est la fonction définie par
$$a^x = \exp(x \ln a), \ x \in \mathbb{R}.$$

- **Extremum local d'une fonction**
  Maximum ou minimum local de cette fonction.

- **Factorielle d'un naturel**
  Si $m \in \mathbb{N}_0$, la factorielle de m, notée $m!$, est le produit des m premiers naturels non nuls ou encore
$$m\,! = 1\ .\ 2\ .\ 3 \ldots\ .\ (m-1)\ .\ m$$
  Remarque : $0\,! = 1$ (convention).

- **Fonction admettant une intégrale fléchée**
  Soit $[a, b[(a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ ou $b = +\infty)$ et soit f une fonction continue sur $[a, b[$.
  La fonction f admet une intégrale fléchée en b sur $[a, b[$ si

$$\lim_{t \to b^-} \int_a^t |f(x)| \; dx = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{t \to b^-} \int_a^t f(x) \; dx \;\; \text{existe et est fini.}$$

- **Fonction bijective**
  Fonction à la fois injective et surjective.

- **Fonction concave**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit I un intervalle inclus dans A.
  La fonction f est concave sur I si

$$x_0, x_1 \in I \text{ et } r \in [0, 1] \Rightarrow f(x_0 + r(x_1 - x_0)) \geq f(x_0) + r(f(x_1) - f(x_0)).$$

  Ainsi, la fonction f est concave sur I si, lorsqu'on prend deux réels distincts quelconques x_0 et x_1 de I, l'image par f de tout réel x compris entre x_0 et x_1 est supérieure ou égale à l'ordonnée du point de même abscisse du segment joignant les points du graphique de f d'abscisses x_0 et x_1.

- **Fonction continûment dérivable sur un intervalle**
  Soit f une fonction et soit I un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$.
  La fonction f est (une fois) continûment dérivable sur I si elle est dérivable sur I et si sa dérivée est continue sur I.
  L'ensemble des fonctions continûment dérivables sur I est noté $C_1(I)$.
  On définit de façon analogue une fonction p fois continûment dérivable sur I $(p \in \mathbb{N}_0)$; on note l'ensemble de telles fonctions $C_p(I)$.

- **Fonction convexe**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit I un intervalle inclus dans A.
  La fonction f est convexe sur I si

$$x_0, x_1 \in I \text{ et } r \in [0, 1] \Rightarrow f(x_0 + r(x_1 - x_0)) \leq f(x_0) + r(f(x_1) - f(x_0)).$$

  Ainsi, la fonction f est convexe sur I si, lorsqu'on prend deux réels distincts quelconques x_0 et x_1 de I, l'image par f de tout réel x compris entre x_0 et x_1 est inférieure ou égale à l'ordonnée du point de même abscisse du segment joignant les points du graphique de f d'abscisses x_0 et x_1.

- **Fonction croissante**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$.
  La fonction f est croissante sur A si, chaque fois que l'on prend deux réels distincts de A, la relation d'ordre entre ces réels est conservée entre leurs images, c'est-à-dire :

$$x, y \in A \text{ et } x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y).$$

- **Fonction décroissante**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$.
  La fonction f est décroissante sur A si, chaque fois que l'on prend deux réels distincts de A, la relation d'ordre entre ces réels est renversée entre leurs images, c'est-à-dire :

$$x, y \in A \text{ et } x < y \Rightarrow f(x) \geq f(y).$$

- **Fonction de deux variables réelles à valeurs réelles**
  Loi qui, à tout point d'un sous-ensemble A de $\mathbb{R}^2$ associe un nombre réel unique.
  Par exemple, on la note $f : A \to \mathbb{R} \quad (x, y) \mapsto f(x, y)$.

- **Fonction de trois variables réelles à valeurs réelles**
  Loi qui, à tout point d'un sous-ensemble A de $\mathbb{R}^3$ associe un nombre réel unique.
  Par exemple, on la note $f : A \to \mathbb{R} \quad (x, y, z) \mapsto f(x, y, z)$.

- **Fonction dérivée d'une fonction**
  Soit f une fonction dérivable en tout point d'un intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$ c'est-à-dire f dérivable dans ou sur I.
  La fonction dérivée de f est la fonction définie par $Df : I \to \mathbb{R} \quad x \mapsto Df(x)$.

- **Fonction exponentielle complexe**
  Il s'agit de la fonction qui, à tout complexe z, associe le complexe, somme de la série $\displaystyle\sum_{m=0}^{+\infty} \frac{z^m}{m!}$.

- **Fonction exponentielle polynôme**
  Produit d'un polynôme par une exponentielle de type $e^{\alpha x}, \alpha \in \mathbb{C},\ x \in \mathbb{R}$.

- **Fonction exponentielle réelle**
  Il s'agit de la fonction qui, à tout réel x, associe le réel, somme de la série $\displaystyle\sum_{m=0}^{+\infty} \frac{x^m}{m!}$.
  C'est un cas particulier de la fonction exponentielle complexe.
  Notons qu'on utilise, pour la définition des fonctions sinus et cosinus, la fonction exponentielle d'une variable réelle et à valeur complexe $\exp(ix)$.

- **Fonction impaire**
  Soit f une fonction de domaine de définition A.
  La fonction f est impaire si $x \in A \Rightarrow -x \in A$ et si $f(x) = -f(-x),\ \forall x \in A$.
  Cela veut dire que lorsqu'un réel appartient à A, son opposé lui appartient aussi et les images par f de ces deux réels sont des réels opposés. Le graphique de f est donc symétrique par rapport à l'origine du repère.

- **Fonction indéfiniment (ou infiniment) continûment dérivable**
  Fonction dérivable autant de fois que l'on veut sur un intervalle ouvert I et dont les dérivées sont continues sur I.

- **Fonction injective**
  Soit f une fonction de domaine de définition A.
  La fonction f est injective sur A si $\forall x, y \in A : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$, ce qui est équivalent à $\forall x, y \in A : x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$.
  Tout réel de l'image de la fonction provient donc d'un seul réel du domaine de définition ou deux réels distincts du domaine de définition ont des images distinctes.

- **Fonction intégrable sur un ensemble parallèle à l'axe X**
  Soit f une fonction continue sur A, ensemble non fermé borné parallèle à l'axe X.
  La fonction f est intégrable sur A si

  - pour tout $y \in]c, d[$, la fonction $|f(x, y)|,\ x \in]g_1(y), g_2(y)[$, est intégrable sur $]g_1(y), g_2(y)[$
  - la fonction $\displaystyle\int_{g_1(y)}^{g_2(y)} |f(x, y)|\ dx,\ y \in]c, d[$, est intégrable sur $]c, d[$.

- **Fonction intégrable sur un ensemble parallèle à l'axe Y**
  Soit f une fonction continue sur A, ensemble non fermé borné parallèle à l'axe Y.
  La fonction f est intégrable sur A si
  - pour tout $x \in]a, b[$, la fonction $|f(x, y)|,\ y \in]f_1(x), f_2(x)[$, est intégrable sur $]f_1(x), f_2(x)[$
  - la fonction $\displaystyle\int_{f_1(x)}^{f_2(x)} |f(x, y)|\ dy,\ x \in]a, b[$, est intégrable sur $]a, b[$.
- **Fonction intégrable sur un intervalle borné fermé**
  Soit f une fonction définie sur $[a, b]$, à valeurs réelles ou complexes.
  La fonction f est Riemann-intégrable sur $[a, b]$ si, pour toute suite de découpages à la Riemann σ_N ($N \in \mathbb{N}_0$) de $[a, b]$ tels que $\lim_{N \to +\infty} L(\sigma_N) = 0$, la suite $S(\sigma_N, f)$ ($N \in \mathbb{N}_0$) converge vers une limite finie.
  Notons que si on a un découpage $\{[a, x_1, \ldots, x_{n-1}, b], (r_k)_{1 \leq k \leq n}\}$ avec $a = x_0$ et $b = x_n$, on définit $S(\sigma, f)$ par $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(r_k)(x_k - x_{k-1})$.
- **Fonction intégrable sur un intervalle non borné fermé**
  Soit $[a, b[(a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ ou $b = +\infty)$ et soit f une fonction continue sur $[a, b[$.
  La fonction f est intégrable sur $[a, b[$ (ou f est intégrable en b^- si $b \in \mathbb{R}$, en $+\infty$ si $b = +\infty$) si
  $$\lim_{t \to b^-} \int_a^t |f(x)|\ dx \quad \text{est fini.}$$
- **Fonction inverse d'une fonction injective**
  Soit f une fonction injective de domaine de définition dom (f).
  La fonction inverse de f est la fonction dont le domaine de définition est l'image de f et qui, à tout réel $y \in$ im (f), associe le réel $x \in$ dom (f) tel que $y = f(x)$. Cette fonction est notée f^{-1}.
- **Fonction monotone**
  Soit une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$.
  La fonction est monotone sur A si elle est soit croissante, soit décroissante sur A.
- **Fonction paire**
  Soit f une fonction de domaine de définition A.
  La fonction f est paire si $x \in A \Rightarrow -x \in A$ et si $f(x) = f(-x),\ \forall x \in A$.
  Cela veut dire que lorsqu'un réel appartient à A son opposé lui appartient aussi et les images par f de ces deux réels sont des réels égaux. Le graphique de f est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- **Fonction p fois dérivable**
  Soit $p \in \mathbb{N}_0$ et soit I un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$.
  La fonction f est p fois dérivable sur I si sa dérivée Df est encore dérivable sur I; on dérive alors cette fonction, on obtient une fonction encore dérivable et on procède ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait dérivé p fois sur I.
- **Fonction périodique de période T**
  Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
  La fonction f est une fonction périodique de période T si son image en un réel quelconque est la même qu'en ce réel augmenté de T ou encore si $f(x) = f(x + T),\ \forall x \in \mathbb{R}$.
  La période est le plus petit réel positif vérifiant la propriété ci-dessus.
  Lorsque le domaine de définition n'est pas $\mathbb{R}$, la notion de périodicité peut aussi se définir.
  Ainsi, si $A = \mathrm{dom}(f)$ et si $T \in \mathbb{R}$ est tel que $x + T \in A\ \forall x \in A$ alors f est une fonction périodique de période T si $f(x) = f(x + T),\ \forall x \in A$.

- **Fonction réelle d'une variable réelle**
  Loi qui, à tout élément d'une partie A de $\mathbb{R}$, associe un réel unique.

- **Fonction strictement croissante**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$.
  La fonction f est strictement croissante sur A si
  $$x, y \in A \text{ et } x < y \Rightarrow f(x) < f(y).$$

- **Fonction strictement décroissante**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$.
  La fonction f est strictement décroissante sur A si
  $$x, y \in A \text{ et } x < y \Rightarrow f(x) > f(y).$$

- **Fonction surjective**
  Soit f une fonction de domaine de définition A, à valeurs dans un sous ensemble B de $\mathbb{R}$.
  La fonction f est surjective si $B = \text{im}\ (f)$.

- **Format (ou type) d'une matrice**
  Nombre de lignes et de colonnes que possède la matrice.
  Une matrice de format $p \times q$ est une matrice qui possède p lignes et q colonnes.

- **Fraction rationnelle**
  Fonction définie comme quotient de deux polynômes.

- **Fraction rationnelle propre**
  Fraction rationnelle dont le degré du numérateur est strictement inférieur au degré du dénominateur, ces deux polynômes n'ayant pas de zéro commun.

- **Fraction rationnelle simple**
  Fraction du type
  $$\frac{r}{(x+s)^\alpha} \qquad \text{ou} \qquad \frac{dx+e}{(x^2+bx+c)^\beta}$$
  avec $\alpha, \beta \in \mathbb{N}_0,\ r, s, d, e, b, c \in \mathbb{R}$ et $b^2 - 4c < 0$.

- **Graphe d'une fonction f**
  Ensemble des couples $(x, f(x))$ avec x élément du domaine de définition de la fonction f ou encore
  $$\{(x, f(x)) : x \in \text{ dom } (f)\}.$$

- **Graphique d'une fonction**
  Représentation géométrique de son graphe.

- **Hyperbole**
  Soient F et F' deux points distincts, appelés foyers, et soit k un réel strictement positif strictement plus petit que la distance entre F et F'.
  L'hyperbole $\mathcal{H}$ définie par ces données est le lieu des points du plan dont la valeur absolue de la différence entre les distances à F et F' est égale à k. En d'autres termes,
  $$P \in \mathcal{H} \Leftrightarrow |dist(F,P) - dist(F',P)| = k.$$

- **Hyperboloïde à deux nappes**
  Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$ où a, b, c sont des réels strictement positifs.

- **Hyperboloïde à une nappe**
  Surface d'équation cartésienne canonique $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ où a, b, c sont des réels strictement positifs.

- **Image d'une fonction** f
  Ensemble des réels, images des éléments du domaine de définition de la fonction f; on le note $\text{im }(f)$. Ainsi, $\text{im }(f) = \{f(x) : x \in \text{ dom }(f)\}$.

- **Image d'une fonction de deux variables réelles à valeurs réelles**
  Ensemble des réels qui sont les images par f des couples du domaine de définition de la fonction f; on le note $\text{im }(f)$. En d'autres mots, $\text{im }(f) = \{f(x, y) : (x, y) \in \text{dom }(f)\} \subset \mathbb{R}$.

- **Image d'une fonction de trois variables réelles à valeurs réelles**
  Ensemble des réels qui sont les images par f des points du domaine de définition de la fonction f; on le note $\text{im }(f)$. En d'autres mots, $\text{im }(f) = \{f(x, y, z) : (x, y, z) \in \text{dom }(f)\} \subset \mathbb{R}$.

- **Injection** : cf. fonction injective.

- **Intégrale d'une fonction sur un ensemble parallèle à l'axe X**
  Soit f une fonction intégrable sur A, ensemble non fermé borné parallèle à l'axe X.
  L'intégrale de f sur A est le réel

$$\int_c^d \left(\int_{g_1(y)}^{g_2(y)} f(x, y)\ dx\right)\ dy \quad \text{noté} \int\int_A f(x, y)\ dxdy.$$

- **Intégrale d'une fonction sur un ensemble parallèle à l'axe Y**
  Soit f une fonction intégrable sur A, ensemble non fermé borné parallèle à l'axe Y.
  L'intégrale de f sur A est le réel

$$\int_a^b \left(\int_{f_1(x)}^{f_2(x)} f(x, y)\ dy\right)\ dx \quad \text{noté} \int\int_A f(x, y)\ dxdy.$$

- **Intégrale d'une fonction sur un intervalle borné fermé**
  Si la fonction f est intégrable sur $[a, b]$ alors la valeur commune de la limite des suites $S(\sigma_N, f)$ ($N \in \mathbb{N}_0$) quand $\lim_{N\to+\infty} L(\sigma_N) = 0$ est l'intégrale de f sur $[a, b]$. Cette limite est notée $\int_a^b\ f(x)\ dx$.

- **Intégrale d'une fonction sur un intervalle non borné fermé**
  Si f est intégrable sur $[a, b[$ alors l'intégrale de f sur $[a, b[$ est le nombre

$$\lim_{t\to b^-} \int_a^t f(x)\ dx \quad \text{noté} \quad \int_a^b\ f(x)\ dx.$$

- **Intégrale fléchée d'une fonction**
  Si f admet une intégrale fléchée en b^- ou en $+\infty$, l'intégrale fléchée de f en b^- ou en $+\infty$ est le réel

$$\lim_{t\to b^-} \int_a^t f(x)\ dx \quad \text{noté} \quad \int_a^{\to b}\ f(x)\ dx.$$

- **Intervalle fermé borné** $[a, b]$
  Ensemble des réels supérieurs ou égaux à a et inférieurs ou égaux à b. En d'autres termes, $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$

- **Intervalle ouvert borné** $]a, b[$
  Ensemble des réels strictement supérieurs à a et strictement inférieurs à b. En d'autres termes, $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$

- **Inverse d'une matrice carrée**
  Soit A une matrice carrée de dimension n.
  Une matrice carrée A' de dimension n est une matrice inverse de A si elle vérifie $AA' = I = A'A$.

- **Largeur d'un découpage**
  Etant donné un découpage σ de l'intervalle borné fermé $[a, b]$ avec $a, b \in \mathbb{R}$ et $a < b$, la largeur de ce découpage est le nombre
  $$L(\sigma) = \sup\{x_1 - x_0, x_2 - x_1, \ldots, x_n - x_{n-1}\}$$
  si on pose $a = x_0$ et $b = x_n$.

- **Lemme**
  Proposition, résultat qui prépare la démonstration d'un théorème.

- **Limite finie des valeurs d'une fonction à droite d'un réel**
  Soit un réel x_0 et soit une fonction f de domaine de définition A. On suppose que tout intervalle ouvert auquel x_0 appartient rencontre $A \cap]x_0, +\infty[$.

  1. **Définition par les suites**
     La fonction f admet une limite finie à droite de x_0 s'il existe un nombre r tel que la suite $f(x_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers r quelle que soit la suite $x_m > x_0$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ de A qui converge vers x_0.
  2. **Définition par "ε, η"**
     La fonction f admet une limite finie à droite de x_0 si
     $$\forall \varepsilon > 0,\ \exists \eta > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} 0 < x - x_0 \leq \eta \\ x \in A \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x) - r| \leq \varepsilon.$$

  On définit également, de façon analogue, une limite infinie à droite de x_0.

- **Limite finie des valeurs d'une fonction en l'infini**
  Soit une fonction f dont le domaine de définition A n'est pas borné (pour une limite en $+\infty$, il suffit que A ne soit pas majoré et pour une limite en $-\infty$, il suffit que A ne soit pas minoré).

  1. **Définition par les suites**
     La fonction f admet une limite finie en l'infini s'il existe un nombre r tel que la suite $f(x_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers r quelle que soit la suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ de A qui converge vers l'infini.
  2. **Définition par "ε, η"**
     La fonction f admet une limite finie en l'infini si
     $$\forall \varepsilon > 0,\ \exists N > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} |x| \geq N \\ x \in A \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x) - r| \leq \varepsilon.$$

- **Limite finie des valeurs d'une fonction en un réel**
  Soit un réel x_0 tel que tout intervalle ouvert auquel il appartient rencontre le domaine de définition A de la fonction f.

  1. **Définition par les suites**
     La fonction f admet une limite finie en x_0 s'il existe un nombre r tel que la suite $f(x_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers r quelle que soit la suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ de A qui converge vers x_0.
  2. **Définition par "ε, η"**
     La fonction f admet une limite finie en x_0 si
     $$\forall \varepsilon > 0,\ \exists \eta > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} |x - x_0| \leq \eta \\ x \in A \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x) - r| \leq \varepsilon.$$

- **Limite finie des valeurs d'une fonction de deux variables en un point**
  Soit (x_0, y_0) un point tel que tout rectangle ouvert auquel il appartient est d'intersection non vide avec le domaine de définition $A \subset \mathbb{R}^2$ de la fonction f.

  1. **Définition par les suites** : la fonction f admet une limite finie en (x_0, y_0) s'il existe un nombre $L \in \mathbb{R}$ tel que la suite de réels $f(x_m, y_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers L quelles que soient les suites x_m $(m \in \mathbb{N}_0), y_m$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ qui convergent respectivement vers x_0, y_0 et telles que $(x_m, y_m) \in A$.
  2. **Définition par "**ε, η**"** : la fonction f admet une limite finie en (x_0, y_0) si

  $$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \eta > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} (x,y) \in A \\ \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \leq \eta \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x,y) - L| \leq \varepsilon.$$

  On définit de façon analogue une limite finie en l'infini. On travaille de façon similaire avec des fonctions de trois variables.

- **Limite infinie des valeurs d'une fonction à gauche d'un réel**
  Soit un réel x_0 et soit une fonction f de domaine de définition A. On suppose que tout intervalle ouvert auquel x_0 appartient rencontre $A \cap]-\infty, x_0[$.

  1. **Définition par les suites**
     La fonction f admet une limite infinie à gauche de x_0 lorsque la suite $f(x_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers l'infini quelle que soit la suite $x_m < x_0$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ de A qui converge vers x_0.
  2. **Définition par "**ε, η**"**
     La fonction f admet une limite infinie à gauche de x_0 lorsque

  $$\forall R > 0, \ \exists \eta > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} 0 < x_0 - x \leq \eta \\ x \in A \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x)| \geq R.$$

  On définit également, de façon analogue, une limite finie à gauche de x_0.

- **Limite infinie des valeurs d'une fonction en l'infini**
  Soit une fonction f dont le domaine de définition A n'est pas borné (pour une limite en $+\infty$, il suffit que A ne soit pas majoré et pour une limite en $-\infty$, il suffit que A ne soit pas minoré).

  1. **Définition par les suites**
     La fonction f admet une limite infinie en l'infini lorsque la suite $f(x_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers l'infini quelle que soit la suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ de A qui converge vers l'infini.
  2. **Définition par "**ε, η**"**
     La fonction f admet une limite infinie en l'infini lorsque

  $$\forall R > 0, \ \exists N > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} |x| \geq N \\ x \in A \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x)| \geq R.$$

- **Limite infinie des valeurs d'une fonction en un réel**
  Soit un réel x_0 tel que tout intervalle ouvert auquel il appartient rencontre le domaine de définition A de la fonction f.

  1. **Définition par les suites**
     La fonction f admet une limite infinie en x_0 si la suite $f(x_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers l'infini quelle que soit la suite x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ de A qui converge vers x_0.
  2. **Définition par "**ε, η**"**
     La fonction f admet une limite infinie en x_0 si

  $$\forall R > 0, \ \exists \eta > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l} |x - x_0| \leq \eta \\ x \in A \end{array}\right\} \Rightarrow |f(x)| \geq R.$$

- **Limite infinie des valeurs d'une fonction de deux variables en un point**
  Soit (x_0, y_0) un point tel que tout rectangle ouvert auquel il appartient est d'intersection non vide avec le domaine de définition $A \subset \mathbb{R}^2$ de la fonction f.

  1. **Définition par les suites** : la fonction f admet une limite infinie en (x_0, y_0) si la suite de réels $f(x_m, y_m)$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ converge vers l'infini quelles que soient les suites x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$, y_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ qui convergent respectivement vers x_0, y_0 et telles que $(x_m, y_m) \in A$.
  2. **Définition par "ε, η"** : la fonction f admet une limite infinie en (x_0, y_0) si

  $$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \eta > 0 \text{ tel que } \left.\begin{array}{l}(x, y) \in A \\ \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \leq \eta\end{array}\right\} \Rightarrow |f(x, y)| \geq \varepsilon.$$

  On définit de façon analogue une limite infinie en l'infini. On travaille de façon similaire avec des fonctions de trois variables.

- **Logarithme de base a**
  Soit $a > 0$ et $a \neq 1$.
  Le logarithme de base a est la fonction définie par

  $$\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}, \ x \in]0, +\infty[.$$

- **Logarithme népérien**
  Fonction inverse de la fonction bijective $\exp : \mathbb{R} \to]0, +\infty[$. On a donc

  $$\ln :]0, +\infty[\to \mathbb{R} \ \text{ et } \ \exp(\ln x) = x, \ \forall x \in]0, +\infty[, \quad \ln(\exp x) = x, \ \forall x \in \mathbb{R}.$$

- **Longueur d'une colonne d'une matrice**
  Nombre d'éléments de cette colonne; ce nombre est égal au nombre de lignes de la matrice.

- **Longueur d'une courbe** (dans un cas particulier)
  Soit une fonction f dont la dérivée est continue sur $[a, b]$.
  La longueur de la courbe qui représente f est définie par

  $$L = \int_a^b \sqrt{1 + (Df(x))^2} \, dx.$$

- **Longueur d'une ligne d'une matrice**
  Nombre d'éléments de cette ligne; ce nombre est égal au nombre de colonnes de la matrice.

- **Majorant d'un sous-ensemble de réels non vide**
  Réel supérieur ou égal à tous les éléments d'un ensemble de réels non vide.

- **Matrice**
  Tableau rectangulaire de nombres (réels ou complexes).

- **Matrice adjointe d'une matrice donnée**
  Matrice transposée et conjuguée de la matrice donnée A (ou matrice conjuguée et transposée de A); on la note A^*. En d'autres termes, si A est de format $p \times q$, on a

  $$(A^*)_{i,j} = \overline{(A)_{j,i}}, i = 1, \ldots, q, \ j = \ 1, \ldots, p.$$

- **Matrice carrée**
  Matrice dont le nombre de lignes est égal à celui des colonnes.

- **Matrice conjugée d'une matrice donnée**
  Soit A la matrice donnée de format $p \times q$.
  La matrice conjugée de A, notée $\bar{A}$, est la matrice de même format que A dont les éléments sont les conjugués de ceux de A. En d'autres termes, $(\bar{A})_{i,j} = \overline{(A)_{i,j}},\ i = 1, \ldots, p,\ j = 1, \ldots, q$.

- **Matrice diagonale**
  Matrice carrée dont tous les éléments non diagonaux sont nuls.

- **Matrice diagonalisable**
  Soit A une matrice carrée.
  La matrice A est diagonalisable s'il existe une matrice inversible S telle que $S^{-1}AS$ soit une matrice diagonale. On dit que la matrice S diagonalise A.

- **Matrices égales**
  Matrices de même format et dont les éléments situés aux mêmes places sont égaux.

- **Matrice horizontale**
  Matrice dont le nombre de colonnes est strictement supérieur au nombre de lignes.

- **Matrice identité de dimension n**
  Matrice diagonale de dimension n dont les éléments diagonaux sont tous égaux à 1.
  On la note I_n ou I (si n est clair).

- **Matrice transposée d'une matrice donnée**
  Soit A la matrice donnée de format $p \times q$.
  La matrice transposée de A, notée $\tilde{A}$, est la matrice de format $q \times p$ dont les lignes sont formées des colonnes de A; les colonnes de cette matrice sont alors les lignes de A. En d'autres termes, $(\tilde{A})_{i,j} = (A)_{j,i},\ i = 1, \ldots, q,\ j = 1, \ldots, p$.

- **Matrice verticale**
  Matrice dont le nombre de lignes est strictement supérieur au nombre de colonnes.

- **Maximum global d'une fonction**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit x_0 un point de A.
  Le point x_0 est un maximum global de f dans A si $f(x) \leq f(x_0) \quad \forall\, x \in A$.
  Le point x_0 est un maximum global strict si l'inégalité est stricte pour tout $x \neq x_0$ dans A.
  On dit que la valeur du maximum global est $f(x_0)$.

- **Maximum local d'une fonction**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit x_0 un point de A.
  Le point x_0 est un maximum local de f dans A si
  $$\exists\, r > 0 \text{ tel que } f(x) \leq f(x_0) \quad \forall\, x \in [x_0 - r, x_0 + r] \cap A.$$
  Le point x_0 est un maximum local strict si l'inégalité est stricte pour tout $x \neq x_0$ dans $[x_0 - r, x_0 + r] \cap A$.
  On dit que la valeur du maximum local est $f(x_0)$.

- **Minimum global d'une fonction**
  Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit x_0 un point de A.
  Le point x_0 est un minimum global de f dans A si $f(x) \geq f(x_0) \quad \forall\, x \in A$.
  Le point x_0 est un minimum global strict si l'inégalité est stricte pour tout $x \neq x_0$ dans A.
  On dit que la valeur du minimum global est $f(x_0)$.

- **Minimum local d'une fonction**
Soit f une fonction réelle définie sur $A \subset \mathbb{R}$ et soit x_0 un point de A.
Le point x_0 est un minimum local de f dans A si
$$\exists\, r > 0 \text{ tel que } f(x) \geq f(x_0) \quad \forall\, x \in [x_0 - r, x_0 + r] \cap A.$$
Le point x_0 est un minimum local strict si l'inégalité est stricte pour tout $x \neq x_0$ dans $[x_0 - r, x_0 + r] \cap A$.
On dit que la valeur du minimum local est $f(x_0)$.

- **Minorant d'un sous-ensemble de réels non vide**
Réel inférieur ou égal à tous les éléments d'un ensemble de réels non vide.

- **Module d'un complexe**
Le module du complexe z, noté $|z|$, est le réel positif égal à la racine carrée de la somme des carrés de la partie réelle et de la partie imaginaire du complexe z. En d'autres termes,
$$\text{si } z = (a, b) = a + ib \text{ alors } |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$
C'est donc la longueur du vecteur dont l'origine est O et dont l'extrémité est le point du plan de coordonnées cartésiennes (a, b).

- **Multiplicité d'un zéro d'un polynôme**
Le réel a est un zéro de multiplicité $\alpha \in \mathbb{N}_0$ du polynôme P s'il existe un polynôme Q tel que
$$P(x) = (x - a)^\alpha Q(x),\ x \in \mathbb{R} \text{ et } Q(a) \neq 0.$$

- **Nombre complexe**
Couple de réels.
L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$.

- **Nombre entier**
Nombre entier positif, négatif ou nul.
L'ensemble des nombres entiers est noté $\mathbb{Z}$.

- **Nombre irrationnel**
Nombre décimal illimité non périodique.

- **Nombre naturel**
Nombre entier positif ou nul.
L'ensemble des nombres naturels est noté $\mathbb{N}$.

- **Nombre rationnel**
Quotient de deux nombres entiers, le dénominateur étant différent de zéro.
L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

- **Nombre réel**
Nombre décimal limité ou illimité, périodique ou non.
L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

- **Norme (ou longueur) d'un vecteur libre non nul**
Longueur d'un vecteur lié servant à définir ce vecteur libre.

- **Norme (ou longueur) d'un vecteur lié non nul**
Longueur du segment joignant l'origine à l'extrémité de ce vecteur.
La norme du vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$ se note en général $||\overrightarrow{P_1P_2}||$.

- **Ordre d'un déterminant**
Dimension de la matrice carrée qui sert à le définir.

- **Ouvert d'un espace de dimension 2**
  Un ensemble $A \subset \mathbb{R}^2$ est un ouvert si tout point de A est le centre d'un rectangle qui reste inclus dans A.

- **Parabole**
  Soient une droite d et un point F n'appartenant pas à d.
  La parabole de foyer F et de directrice d est le lieu $\mathcal{P}$ des points du plan dont la distance à F est égale à la distance à d. En d'autres termes,

$$P \in \mathcal{P} \Leftrightarrow dist(P, d) = dist(P, F).$$

- **Paraboloïde elliptique**
  Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = pz$ où $a > 0,\ b > 0,\ p \in \mathbb{R}_0$.

- **Paraboloïde hyperbolique**
  Surface d'équation cartésienne canonique $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 2pz$ où $a > 0,\ b > 0,\ p \in \mathbb{R}_0$.

- **Parallélisme de deux vecteurs** : cf. vecteurs parallèles.

- **Partie imaginaire d'un complexe**
  Si $z = (a, b) = a + ib$ avec a, b réels, le réel b est la partie imaginaire du complexe z.
  Attention : avec ces notations, la partie imaginaire d'un complexe ne comporte donc JAMAIS de i.

- **Partie réelle d'un complexe**
  Si $z = (a, b) = a + ib$ avec a, b réels, le réel a est la partie réelle du complexe z.

- **Polynôme caractéristique**
  - Le polynôme caractéristique associé à l'équation différentielle $aDf(x)+bf(x) = 0,\ (a, b \in \mathbb{C}, a \neq 0)$ est le polynôme $az + b$.
  - Le polynôme caractéristique associé à l'équation différentielle $aD^2f(x)+bDf(x)+cf(x) = 0,\ (a, b, c \in \mathbb{C}, a \neq 0)$ est le polynôme $az^2 + bz + c$.

- **Polynôme caractéristique d'une matrice carrée**
  Soit A une matrice carrée.
  Le polynôme caractéristique de A est le polynôme $P(\lambda) = \det\ (A - \lambda I)$ où I est la matrice identité de même dimension que A.

- **Polynôme d'une variable réelle**
  Combinaison linéaire de puissances naturelles d'une variable réelle.

- **Primitive d'une fonction**
  Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$.
  Une primitive de f sur I est une fonction dérivable F sur I telle que $DF(x) = f(x),\ x \in I$.

- **Produit de deux matrices**
  Soit une matrice A de format $p \times r$ et soit une matrice B de format $r \times q$.
  Le produit des matrices A et B, dans l'ordre, est la matrice, notée AB, de format $p \times q$ dont l'élément i, j est obtenu en faisant la somme des produits des éléments de la i-ème ligne de A par ceux de la j-ème colonne de B. En d'autres termes,

$$(AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^{r} (A)_{i,k}(B)_{k,j}\ i = 1, \ldots, p,\ j = 1, \ldots, q.$$

- **Produit d'une matrice par un complexe**
  Matrice de même format que la matrice donnée dont les éléments sont ceux de la matrice donnée multipliés par le complexe donné.

- **Produit scalaire de deux vecteurs**
  Soient deux vecteurs libres $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

  1. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls, leur produit scalaire est le réel $\vec{u} \bullet \vec{v} = ||\vec{u}||\ ||\vec{v}|| \cos\theta$, où $\theta \in [0, \pi]$ est la mesure de l'angle non orienté entre les deux vecteurs.
  2. Si $\vec{u}$ ou $\vec{v}$ est nul, leur produit scalaire est le réel 0.

- **Produit vectoriel de deux vecteurs**
  Soient deux vecteurs libres de l'espace $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

  1. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas parallèles, leur produit vectoriel, noté $\vec{u} \wedge \vec{v}$, est le vecteur dont
     - la norme est égale au réel positif $||\vec{u}||\ ||\vec{v}|| \sin\theta$ où $\theta \in [0, \pi]$ est la mesure de l'angle non orienté entre les deux vecteurs
     - la direction est orthogonale au plan défini par $\vec{u}$ et $\vec{v}$
     - le sens est tel que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v})$ constitue une base orientée comme l'espace.
  2. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont parallèles, leur produit vectoriel est le vecteur nul $\vec{0}$.

- **Puissance entière négative d'un réel non nul**
  Si $m \in \mathbb{N}_0$, x^{-m} $(x \in \mathbb{R}_0)$ est le réel inverse du réel x^m ou encore

$$x^{-m} = \frac{1}{x^m}.$$

- **Puissance d'exposant réel**
  Soit $a \in \mathbb{R}$.
  La fonction puissance d'exposant réel a est la fonction définie par

$$x^a = \exp(a \ln x),\ \ x \in]0, +\infty[.$$

- **Puissance naturelle d'un réel**
  Si $m \in \mathbb{N}_0$, x^m est le produit de m facteurs égaux à x ou encore

$$x^m = \underbrace{x\ .\ \ldots\ .\ x}_{m \text{ facteurs}}$$

  Remarque : on pose $x^0 = 1$.

- **Racine $m^{ième}$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ d'un réel**

  - m **pair**
    La racine $m^{ième}$ d'un réel positif est le nombre positif dont la $m^{ème}$ puissance vaut ce réel. En d'autres termes,

$$\forall\ x \geq 0 :\ \sqrt[m]{x} = y \text{ avec } y \in [0, +\infty[\text{ si } y^m = x.$$

  - m **impair**
    La racine $m^{ième}$ d'un réel est le nombre dont la $m^{ème}$ puissance vaut ce réel. En d'autres termes,

$$\forall\ x \in \mathbb{R} :\ \sqrt[m]{x} = y \text{ avec } y \in \mathbb{R} \text{ si } y^m = x.$$

    Remarque : $\sqrt[1]{x} = x$.

- **Racines $m^{ième}$ $(m \in \mathbb{N}_0)$ d'un complexe non nul**
  Soit z un complexe non nul et $m \in \mathbb{N}_0$.
  Les racines $m^{ième}$ de z sont les m complexes distincts z_k $(k = 0, 1, \ldots, m-1)$ tels que $z_k^m = z$.

- **Rangée d'une matrice**
  Ligne ou colonne du tableau définissant la matrice.

- **Rayon polaire**
  Réel r strictement positif, première coordonnée polaire d'un point différent de l'origine.
  Si les coordonnées cartésiennes du point sont (x, y) alors $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- **Rectangle d'un espace de dimension 2**
  Sous-ensemble de $\mathbb{R}^2$ qui est le produit de deux intervalles I et J de $\mathbb{R}$.
  Le rectangle est ouvert (resp. fermé) s'il est le produit de deux intervalles ouverts (resp. fermés) de $\mathbb{R}$.

- **Repère du plan (ou de l'espace)**
  Ensemble constitué d'une base de vecteurs et d'un point du plan (ou de l'espace).
  Le point donné est appelé origine du repère.

- **Repère orthonormé**
  Repère dont la base qui sert à le définir est orthonormée.

- **Reste de l'approximation polynomiale d'une fonction**
  Fonction $x \mapsto R(x) = f(x) - P(x - x_0)$ si $x \mapsto P(x - x_0)$ est l'approximation polynomiale de la fonction f à l'ordre n en x_0.

- **Sens d'un vecteur libre non nul**
  Sens d'un vecteur lié servant à définir ce vecteur libre.

- **Sens d'un vecteur lié non nul**
  Sens de parcours du segment, de l'origine vers l'extrémité.

- **Sens trigonométrique**
  Sens de parcours du cercle trigonométrique dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, lorsque l'axe des abscisses, horizontal, est orienté de la gauche vers la droite et l'axe des ordonnées du bas vers le haut.

- **Série**
  Soit x_m $(m \in \mathbb{N}_0)$ une suite de réels (ou de complexes).
  La série de terme général x_m est la suite des sommes partielles

$$S_M = \sum_{m=1}^{M} x_m \ (M \in \mathbb{N}_0).$$

- **Série convergente**
  Une série est convergente si la suite des sommes partielles qui la définit est une suite qui converge vers une limite finie.

- **Série de puissances de x**
  Série de terme général $a_m x^m$ où a_m $(m \in \mathbb{N})$ est une suite de réels (ou de complexes) et $x \in \mathbb{R}$ (ou $\in \mathbb{C}$).

- **Série de Riemann**
Série de terme général $\frac{1}{m^\alpha},\ \alpha \in \mathbb{R}$. C'est donc la suite des sommes partielles
$$S_M = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{m^\alpha},\ M \in \mathbb{N}_0.$$
Si la série converge, on note $\lim_{M\to+\infty} S_M = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m^\alpha}$ et, par abus de langage, on parle bien souvent de la série $\sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m^\alpha}$.

- **Série divergente**
Une série est divergente si la suite des sommes partielles ne converge pas vers une limite finie.

- **Série géométrique**
Série de terme général $q^m,\ q \in \mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$). C'est donc la suite des sommes partielles
$$S_M = \sum_{m=0}^{M} q^m,\ M \in \mathbb{N}.$$
Si la série converge, on note $\lim_{M\to+\infty} S_M = \sum_{m=0}^{+\infty} q^m$ et, par abus de langage, on parle souvent de la série $\sum_{m=0}^{+\infty} q^m$.

- **Sinus d'un réel**
  1. **Définition géométrique**
  A tout réel x, on associe un point du cercle trigonométrique de la manière suivante :
     - si $x \geq 0$, le point est obtenu en parcourant le cercle, à partir du point de coordonnées $(1,0)$ dans le sens trigonométrique, jusqu'à ce que l'arc décrit soit de longueur x.
     - si $x < 0$, le point est obtenu en parcourant le cercle, à partir du point de coordonnées $(1,0)$ dans le sens trigonométrique inverse, jusqu'à ce que l'arc décrit soit de longueur $-x$.

     Le sinus du réel x est alors l'ordonnée du point obtenu sur le cercle.
  2. **Définition par les séries**
  Le sinus du réel x est la partie imaginaire de e^{ix}; en d'autres termes,
  $$\sin x = \Im(e^{ix}),\ x \in \mathbb{R}.$$

- **Somme d'une série convergente**
Limite finie de la suite des sommes partielles définissant la série; si la suite des sommes partielles est notée
$$S_M = \sum_{m=1}^{M} x_m\ (M \in \mathbb{N}_0),\ \text{cette limite est notée } \sum_{m=1}^{+\infty} x_m.$$

- **Solutions fondamentales (ou base de solutions) d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2 homogène**
Fonctions définies et deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ solutions de l'équation telles que toute autre solution de l'équation s'écrive comme combinaison linéaire de ces fonctions.

- **Somme de deux matrices de même format**
  Soient A, B deux matrices de format $p \times q$.
  La somme de ces deux matrices, notée $A+B$, est une matrice de même format dont les éléments sont les sommes des éléments correspondants de chacune des deux matrices. En d'autres termes, $(A+B)_{i,j} = (A)_{i,j} + (B)_{i,j},\ i = 1, \ldots, p,\ j = 1, \ldots, q.$

- **Suite convergente**
  Soit x_m ($m \in \mathbb{N}_0$) une suite de réels (ou de complexes).

  1. La suite x_m converge vers un nombre r si
     $$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists M \in \mathbb{N}_0 \text{ tel que } |x_m - r| \leq \varepsilon, \quad \forall m \geq M.$$
     Le nombre r est la limite de la suite et on note $\lim\limits_{m \to +\infty} x_m = r$.
  2. La suite x_m converge vers l'infini si
     $$\forall R > 0 \quad \exists M \in \mathbb{N}_0 \text{ tel que } |x_m| \geq R, \quad \forall m \geq M.$$
     On note cela $\lim\limits_{m \to +\infty} x_m = \infty$.
     Si les éléments de la suite sont positifs (resp. négatifs), on peut enlever les modules et on dit que la suite converge vers $+\infty$ (resp. $-\infty$).

- **Suite de réels (ou de complexes)**
  Fonction dont le domaine de définition est l'ensemble des naturels ou des entiers, ou un sous-ensemble infini de ceux-ci.

- **Support d'un vecteur lié non nul**
  Droite comprenant l'origine et l'extrémité du vecteur.

- **Surface**
  Une surface de l'espace est une partie $\mathcal{S}$ de l'espace pour laquelle il existe un ensemble Ω de $\mathbb{R}^2$ et des fonctions continues f, g, h sur Ω telles que $\mathcal{S} = \{(f(u,v), g(u,v), h(u,v)) : (u,v) \in \Omega\}$.
  En particulier, la surface d'équation cartésienne $z = f(x,y)$ est la surface $\mathcal{S} = \{(x, y, f(x,y)) : (x,y) \in \Omega\}$ (en supposant dom $(f) = \Omega$). C'est la représentation graphique de la fonction f de graphe $\{(x, y, f(x,y)) : (x,y) \in \Omega\}$.

- **Surface de niveau d'une fonction de trois variables**
  Soit une fonction f de trois variables réelles et un réel r appartenant à l'image de f.
  L'ensemble $\{(x,y,z) \in \text{dom } (f) : f(x,y,z) = r\}$ est une surface de niveau de f.

- **Surface quadrique**
  Surface de niveau d'une fonction polynomiale du second degré de trois variables
  $$f(x,y,z) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{12}xy + a_{13}xz + a_{23}yz + b_1x + b_2y + b_3z + c$$
  où les $a_{i,j}, b_i, c$ sont des réels tels que les $a_{i,j}$ ne soient pas tous nuls.

- **Surjection** : cf. fonction surjective.

- **Tangente d'un réel**
  Quotient du sinus par le cosinus du réel pour autant que le cosinus diffère de zéro, c'est-à-dire :
  $$\text{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x},\ x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}.$$

- **Trace d'une matrice carrée**
  Somme des éléments de sa diagonale principale; la trace de la matrice carrée A est notée $\text{tr}(A)$.

- **Valeur absolue (ou module) d'un réel**
  Ce réel s'il est positif et son opposé s'il est négatif.
  La valeur absolue du réel x, notée $|x|$, est donc définie par

  $$|x| = \begin{cases} x & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$$

- **Valeur propre d'une matrice carrée**
  Soit A une matrice carrrée.
  Un complexe λ pour lequel il existe un vecteur non nul X tel que $AX = \lambda X$ est une valeur propre de la matrice A.

- **Vecteur colonne d'une matrice**
  Matrice de format $p \times 1$ extraite d'une matrice de format $p \times q$.

- **Vecteur de dimension n**
  Matrice de format $n \times 1$ ou $1 \times n$.

- **Vecteur libre**

  1. **non nul**
     Ensemble des vecteurs liés obtenus en déplaçant un vecteur lié non nul parallèlement à lui-même (en conservant le sens). Notation : une lettre (souvent minuscule) surmontée d'une flèche.

  2. **nul**
     Ensemble de tous les vecteurs liés nuls.

- **Vecteur lié**
  Soient P_1 et P_2 deux points de l'espace.

  1. Si ces deux points sont distincts, le vecteur lié d'origine P_1 et d'extrémité P_2 est le segment orienté déterminé par ces deux points.
  2. Si ces deux points sont confondus, le vecteur défini par ces deux points est le vecteur nul.

     Le vecteur lié d'origine P_1 et d'extrémité P_2 est noté $\overrightarrow{P_1P_2}$.

- **Vecteur ligne d'une matrice**
  Matrice de format $1 \times q$ extraite d'une matrice de format $p \times q$.

- **Vecteurs linéairement dépendants**
  Des vecteurs (2 au moins) sont linéairement dépendants si l'un d'entre eux est combinaison linéaire des autres.

- **Vecteurs linéairement indépendants**
  Vecteurs qui ne sont pas linéairement dépendants.

- **Vecteurs parallèles**
  Deux vecteurs sont parallèles si l'un est un multiple de l'autre.

- **Vecteur propre d'une matrice carrée**
  Soit A une matrice carrée.
  Un vecteur non nul X vérifiant $AX = \lambda X$ ($\lambda \in \mathbb{C}$) est un vecteur propre de A de valeur propre λ.

- **Zéro réel (ou racine réelle) d'un polynôme**
  Réel dont l'image par le polynôme vaut zéro. En d'autres termes, le nombre a est un zéro du polynôme P si $P(a) = 0$.