1, 2, 3... Sciences

Année académique 2015-2016

Mathématiques générales : partim B

Révisions* : Physique

Version 4 mai 2016

Révisions*

I. Equations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes (f est une fonction de la variable rélle x).

(a) $x^3 Df(x) + xf(x) = x, \quad f(1) = 0$ (resp. $f(1) = 1$)

(b) $(x^4 + 3)Df(x) - x^3 \cos^2(f(x)) = 0$

(c) $\sin(\ln(x))xDf(x) + \cos(\ln(x))f(x) = 0, \quad$ sur $]e^{-\pi}, 1[$

(d) $Df(x) + \dfrac{2x}{x^2+5} f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3 + 15x}{3}}, \quad f(0) = 0$

II. Analyse vectorielle

1. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ du plan, on considère l'astroïde d'équation cartésienne
$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1.$$
   (a) Déterminer un paramétrage du morceau $\mathcal{C}$ de cette astroïde situé dans le premier quadrant.
   (b) Déterminer la longueur de $\mathcal{C}$.
   (c) Déterminer un paramétrage de la surface $\mathcal{S}$ délimitée par $\mathcal{C}$ et les axes du repère.
   (d) Calculer l'aire de cette surface $\mathcal{S}$.

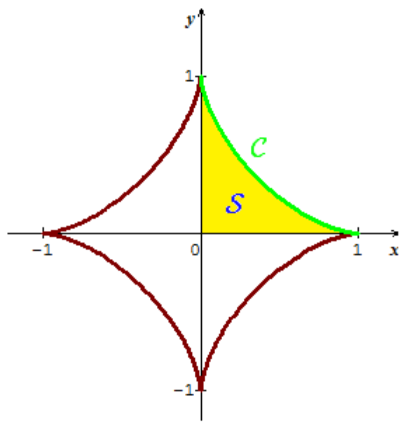

Figure 1 – Astroïde.

2. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ du plan, on considère l'arcade de cycloïde $\mathcal{C}$ paramétrée par
$$(t - \sin t,\ 1 - \cos t)\,, \quad t \in [0, 2\pi].$$
   Calculer les intégrales suivantes.
$$\text{(a)} \int_{\mathcal{C}} y^2\, dx \qquad\qquad \text{(b)} \int_{\mathcal{C}} y^2\, dy$$

3. Calculer l'intégrale
$$\int_{\mathcal{E}} xy\, ds \qquad \text{où} \qquad \mathcal{E} = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1,\ y \geq 0 \right\}.$$

4. Calculer l'intégrale
$$\int_{\mathcal{D}} y\, dx - x\, dy \qquad \text{où} \qquad \mathcal{D} \text{ est le segment joignant les points } (0,0) \text{ et } (1,2).$$

5. Calculer l'intégrale
$$\iint_{\Sigma} \left[(x-1)^2 + y^2 \right] d\sigma \qquad \text{où} \qquad \Sigma \text{ est le disque centré en } (1,0) \text{ et de rayon } 2.$$