
Solutions des exercices non faits en classe

1. Transformées de Fourier et produit de convolution

Exercice 3. On a

$$\mathcal{F}_y^\pm f_2 = \frac{2}{y^2 \pm 2y + 2} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_y^\pm f_3 = \frac{2e^{\pm iy}}{1 + y^2}$$

si $y \in \mathbb{R}$.

Exercice 6.

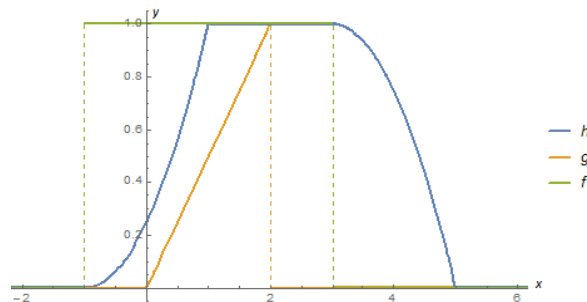
(2) On a $(f * g)(x) = -ex\chi_{[0, +\infty[}(x)$ si $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 8.

(1) Pour $x \in \mathbb{R}$, on a

$$h(x) := (f * g)(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 5 \\ (x+1)^2/4 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ (-x^2 + 6x - 5)/4 & \text{si } 3 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

(2) Une représentation des trois fonctions f , g et $h = f * g$ est donnée par



2. Extrema libres et sous contrainte

Exercice 1.

- (2) La fonction f_2 n'admet aucun extremum sur son domaine.
- (3) La fonction f_3 n'admet aucun extremum sur son domaine.
- (6) La fonction f_6 admet des minima globaux non stricts en $(0, 0)$ et $(1, 1)$.
- (7) La fonction f_7 admet un minimum global strict en $(0, 1)$.
- (8) La fonction f_8 admet pour maxima globaux non stricts la famille de points

$$\left(x, \frac{4k+1}{2x}\pi\right), \text{ avec } x \neq 0 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

et pour minima globaux non stricts la famille de points

$$\left(x, \frac{4k+3}{2x}\pi\right), \text{ avec } x \neq 0 \text{ et } k \in \mathbb{Z}.$$

(9) La fonction f_9 admet un minimum global strict en $(1/2, -1)$.

Exercice 2. Sur R , f atteint son maximum global en $(0, 3)$ et ses minima globaux sur le segment $[0, \ln(2)] \times \{0\}$.

Exercice 6. cf. “Corrigé de l’exercice 5 sur les extrema”, sur le site de Françoise Bastin (année académique 2016-2017).

Exercice 7.

- (a) Sur \mathcal{E} , f admet des maxima globaux non stricts en les points de coordonnées $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ et $\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ et des minima globaux non stricts en $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ et $\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.
- (b) Sur le disque centré à l’origine et de rayon 3 , g admet un minimum global strict en $(0, 0)$ et deux maxima globaux non stricts en $(0, 3)$ et $(0, -3)$.