



# *1, 2, 3... Sciences*

*Année académique 2017-2018*

---

*Mathématiques générales : partim B'*

RÉPÉTITION 1\*

PHYSIQUE

---

# RÉPÉTITION 1\* : COMPLÉMENTS SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES (1)

---

## Exercices à résoudre PENDANT la répétition (et à achever à domicile si nécessaire)

Lors de la répétition, les exercices II.(b), III.(d) et IV.(d) seront résolus par l'assistant.

### I. Equations différentielles linéaires à coefficients constants

Résoudre les équations différentielles suivantes en précisant l'intervalle sur lequel on travaille ( $f$  est une fonction de la variable réelle  $x$ ).

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad D^3 f(x) - 12Df(x) + 16f(x) &= 32x - 8 & \text{(b)} \quad D^3 f(x) + 2D^2 f(x) - Df(x) - 2f(x) &= e^x + x^2 \\ \text{(c)} \quad D^2 f(x) - 2Df(x) + 3f(x) &= \sin(x) & \text{(d)} \quad D^3 f(x) + Df(x) &= \pi \end{aligned}$$

### II. Equations d'Euler

Résoudre les équations différentielles suivantes sur  $]0, +\infty[$  ( $f$  et  $y$  sont des fonctions de la variable réelle  $x$ ).

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x^2 D^2 f(x) + xDf(x) + f(x) &= 1 \\ \text{(b)} \quad x^2 D^2 f(x) - xDf(x) + f(x) &= x \\ \text{(c)} \quad x^3 D^2 y(x) - x^2 Dy(x) - 3xy(x) + 16 \ln(x) &= 0 \end{aligned}$$

### III. Equations différentielles à second membre linéaire

Résoudre les équations différentielles suivantes en précisant le domaine sur lequel on travaille ( $f$  et  $y$  sont des fonctions de la variable réelle  $x$ ).

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad (1 + x^2) Dy(x) - 2xy(x) &= (1 + x^2)^2 & \text{(d)} \quad x^3 Df(x) + (2 - 3x^2) f(x) &= x^3, \quad f(1) = \frac{1}{2} \\ \text{(b)} \quad Df(x) + 2xf(x) &= 2xe^{-x^2} & \text{(e)} \quad xDy(x) + 1 &= \frac{1}{\ln(x)} y(x), \quad y(e) = 1 \\ \text{(c)} \quad xDy(x) + y(x) &= -x^3 & \text{(f)} \quad Df(x) &= \sin(x) - \cotg(x)f(x), \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

### IV. Equations exactes

Résoudre les équations différentielles suivantes en précisant, si possible, l'intervalle sur lequel on travaille ( $f$  et  $u$  sont des fonctions de la variable réelle  $x$ ).

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad xDf(x) + f(x) + x^3 &= 0 & \text{(d)} \quad Df(x) &= -\frac{f(x) \cos(xf(x)) + 2x}{x \cos(xf(x))} \\ \text{(b)} \quad \ln(x)Du(x) + \frac{u(x)}{x} &= \frac{3}{x} \ln^2(x) & \text{(e)} \quad x^2 Df(x) + 4f(x)Df(x) + 2xf(x) - 1 &= 0 \\ \text{(c)} \quad Du(x) &= -\frac{3x^2 u(x) - u^3(x)}{x^3 - 3xu^2(x)} \end{aligned}$$