



**LIÈGE université**  
**Sciences**

## **MATH1009 *Chimie et Géologie***

*Année académique 2025-2026*

---

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES  
RÉVISIONS EN VUE DE L'INTERROGATION DU 31 MARS 2026

---

## RÉPÉTITION 7 : RÉVISIONS EXERCICES

---

### A préparer AVANT de venir à la répétition

1. Soient les matrices  $A$  et  $B$  données par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i^3 \\ 0 & i & 0 \\ 1/i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^* = \begin{pmatrix} 2i & i & 0 \\ 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si possible, effectuer les opérations suivantes et simplifier la réponse au maximum :

$$(a) A + \tilde{B} \quad (b) C = AB \quad (c) C^{-1}$$

2. Pour quelles valeurs de  $\alpha$  la matrice suivante est-elle inversible? Dans le cas où elle est inversible, en déterminer l'inverse.

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\pi + \alpha) \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{pmatrix}$$

3. La matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

est-elle diagonalisable? Pourquoi? Si elle est diagonalisable, en déterminer une forme diagonale  $\Delta$  ainsi qu'une matrice inversible  $S$  qui y conduit.

4. On donne la fonction  $f$  par

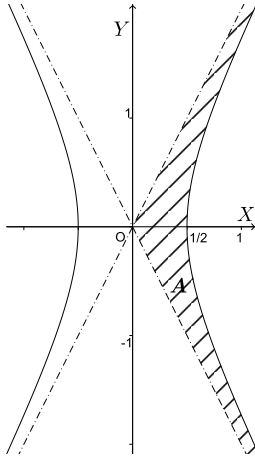
$$f : (x, y) \mapsto f(x, y) = \arcsin(y^2 + x + 1)$$

- Déterminer le domaine d'infinie dérivabilité de cette fonction et le représenter dans un repère orthonormé.
- Calculer la dérivée de  $f$  par rapport à sa deuxième variable.
- Déterminer le domaine de dérivabilité ainsi que la forme explicite de  $F(t) = f(5t^2 - 1, 2t)$  et de sa dérivée en tout point de ce domaine.
- Si  $F$  est dérivable en  $1/6$ , que vaut sa dérivée en ce point? Simplifier votre réponse au maximum.

5. On donne la fonction  $f$  continûment dérivable sur  $]1, 2[ \times ]0, 1[$  et à valeurs strictement positives.

- Déterminer le domaine de dérivabilité de  $g : x \mapsto \ln(f(\sqrt{x}, \ln(3 - x)))$ .
- Calculer la dérivée de  $g$  en fonction de  $f$  et de ses dérivées partielles.
- Si  $g$  est dérivable en  $5/2$ , que vaut sa dérivée en ce point?

6. Décrire analytiquement l'ensemble  $A$  fermé hachuré suivant en commençant par l'ensemble de variation des ordonnées puis, à ordonnée fixée, l'ensemble de variation des abscisses. (L'une des courbes délimitant l'ensemble est une hyperbole.)



7. Dans un repère orthonormé du plan, on donne l'ensemble A de la façon analytique suivante

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}, \text{ et } 0 < y \leq e^{-|x|} \right\}.$$

- (a) Représenter l'ensemble A en le hachurant ou en le coloriant.
- (b) Ensuite, décrire cet ensemble en commençant par l'ensemble de variation des ordonnées puis, à ordonnée fixée, l'ensemble de variation des abscisses.