MATH1009 *Chimie et Géologie*

Année académique 2025-2026

THÉORIE

RÉVISIONS EN VUE DE L'INTERROGATION DU 31 MARS 2026

Version 4 février 2026

Répétition 6 : révisions théorie

A préparer AVANT de venir à la répétition

ATTENTION ! On n'étudie pas la théorie de la même manière pour un écrit ou un oral ...

Pour chacune des questions suivantes, commencer par rechercher dans le syllabus la page où se trouve la réponse ou les éléments de réponse.

1. Quelle est la différence entre les deux notions suivantes : matrice diagonale et matrice diagonalisable ?
2. Soient A une matrice (3×4) et B une matrice (4×6).
   - Peut-on effectuer le produit AB ? Si non, pourquoi ? Si oui, quel est le type de matrice obtenue ? Définir alors l'élément qui se trouve sur la deuxième ligne et la quatrième colonne.
   - Même question pour le produit BA.
3. On donne la matrice carrée $A = (C_1, C_2, C_3)$, de dimension 3, où C_1, C_2, C_3 désignent les colonnes de A. Si le déterminant de A est égal au complexe α, que vaut le déterminant de $B = (C_3, 3C_2, C_1)$ en fonction de α ?
   Enoncer les propriétés qui vous ont permis de calculer le déterminant de B en fonction de α.
4. Soit A une matrice carrée.
   (a) Qu'appelle-t-on matrice inverse de A ?
   (b) Enoncer une condition nécessaire pour qu'une matrice carrée soit inversible. Démontrer que la condition énoncée est bien nécessaire.
   (c) Enoncer une condition suffisante pour qu'une matrice carrée soit inversible. Démontrer que la condition énoncée est bien suffisante.
5. Si une matrice S diagonalise une matrice A, que peut-on dire des éléments diagonaux de la matrice diagonale obtenue vis-a-vis de grandeurs liées à A ? Justifier votre réponse.
6. Soit f une fonction définie sur l'ensemble $A =]-1, +\infty[\times]0, 1[$.
   (a) Que signifie « *la fonction f est continûment dérivable sur A* » ?
   (b) Soit $g : t \mapsto f\left(t^2 - 2, \ln(3t - 1)\right)$ et f continûment dérivable dans A.
   Enoncer le théorème de dérivabilité d'une fonction composée dans le cas de la fonction g en déterminant son domaine de dérivabilité ainsi que sa dérivée en fonction des dérivées partielles de f.
7. Vrai ou faux ? Justifier
   (a) L'équation $x^2 = py$ est celle d'un cylindre parabolique.
   ☐ Vrai ☐ Faux

   (b) Soit f une fonction définie sur un ouvert A de $\mathbb{R}^3$ et soit $(1, -2, 0)$ un point de A. La fonction f est dérivable par rapport à sa deuxième variable en $(1, -2, 0)$ si la limite
   $$\lim_{y \to -2} \frac{f(x, y, z) - f(1, -2, 0)}{y + 2}$$
   existe et est finie.
   ☐ Vrai ☐ Faux

   (c) Une matrice A et sa transposée $\widetilde{A}$ peuvent être des matrices de même format.
   ☐ Vrai ☐ Faux

   (d) Le cofacteur d'un élément d'une matrice carrée est indépendant de la valeur cet élément.
   ☐ Vrai ☐ Faux

(e) Si A et B sont des matrices carrées alors $\det(AB) = \det A \times \det B$.
☐ Vrai ☐ Faux

(f) Soit une matrice A. Une matrice inverse de A est une matrice A' qui vérifie $AA' = A'A = \mathbb{1}$.
☐ Vrai ☐ Faux

(g) Si on multiplie une matrice carrée A par la transposée de la matrice dont les éléments sont les cofacteurs de A, on obtient un multiple de la matrice identité.
☐ Vrai ☐ Faux

(h) Si A est une matrice carrée et X un de ses vecteurs propres de valeur propre λ alors l'égalité $AX = \lambda X$ est équivalente à $(A - \lambda)X = 0$.
☐ Vrai ☐ Faux

(i) Si

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

est un vecteur propre de valeur propre 2, si

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

est un vecteur propre de valeur propre de valeur propre -4 et si

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

est un vecteur propre de valeur propre 3 alors la matrice

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

est telle que

$$S^{-1}AS = \mathrm{diag}(2, -4, 3).$$

☐ Vrai ☐ Faux

(j) Si A, B sont deux matrices carrées de même dimension, alors le déterminant de leur somme est égal à la somme de leurs déterminants.
☐ Vrai ☐ Faux

(k) Si X est un vecteur propre de la matrice $2A$, alors c'est aussi un vecteur propre de A.
☐ Vrai ☐ Faux

(l) Si A est diagonalisable, alors A^2 l'est aussi.
☐ Vrai ☐ Faux

(m) Les valeurs propres de l'inverse d'une matrice inversible sont les inverses des valeurs propres de la matrice.
☐ Vrai ☐ Faux