



LIÈGE université
Sciences

MATH1009 *Chimie et Géologie*

Année académique 2023-2024

THÉORIE

RÉVISIONS EN VUE DE L'INTERROGATION DU 9 AVRIL 2024

RÉPÉTITION 9 : RÉVISIONS THÉORIE

A préparer AVANT de venir à la répétition

ATTENTION! On n'étudie pas la théorie de la même manière pour un écrit ou un oral ...

Pour chacune des questions suivantes, commencer par rechercher dans le syllabus la page où se trouve la réponse ou les éléments de réponse.

1. Quelle est la différence entre les deux notions suivantes : matrice diagonale et matrice diagonalisable?
2. Soient A une matrice (3×4) et B une matrice (4×6) .
 - Peut-on effectuer le produit AB ? Si non, pourquoi? Si oui, quel est le type de matrice obtenue? Définir alors l'élément qui se trouve sur la deuxième ligne et la quatrième colonne.
 - Même question pour le produit BA .
3. On donne la matrice carrée $A = (C_1, C_2, C_3)$, de dimension 3, où C_1, C_2, C_3 désignent les colonnes de A . Si le déterminant de A est égal au complexe α , que vaut le déterminant de $B = (C_3, 3C_2, C_1)$ en fonction de α ?
Énoncer les propriétés qui vous ont permis de calculer le déterminant de B en fonction de α .
4. Soit A une matrice carrée.
 - (a) Qu'appelle-t-on matrice inverse de A ?
 - (b) Énoncer une condition nécessaire pour qu'une matrice carrée soit inversible. Démontrer que la condition énoncée est bien nécessaire.
5. Si une matrice S diagonalise une matrice A , que peut-on dire des éléments diagonaux de la matrice diagonale obtenue vis-a-vis de grandeurs liées à A ? Justifier votre réponse.
6. Soit f une fonction définie sur l'ensemble $A =]-1, +\infty[\times]0, 1[$.
 - (a) Que signifie « la fonction f est continûment dérivable sur A »?
 - (b) Soit $g : t \mapsto f(t^2 - 2, \ln(3t - 1))$ et f continûment dérivable dans A .
Énoncer le théorème de dérivabilité d'une fonction composée dans le cas de la fonction g en déterminant son domaine de dérivabilité ainsi que sa dérivée en fonction des dérivées partielles de f .
7. Vrai ou faux? Justifier
 - (a) L'équation $x^2 = py$ est celle d'un cylindre parabolique.
 Vrai Faux
Réponse correcte : faux.
 - (b) Soit f une fonction définie sur un ouvert A de \mathbb{R}^3 et soit $(1, -2, 0)$ un point de A . La fonction f est dérivable par rapport à sa deuxième variable en $(1, -2, 0)$ si la limite

$$\lim_{y \rightarrow -2} \frac{f(x, y, z) - f(1, -2, 0)}{y + 2}$$

existe et est finie.

Vrai Faux

Réponse correcte : faux.

- (c) Une matrice A et sa transposée \tilde{A} peuvent être des matrices de même format.
 Vrai Faux

Réponse correcte : vrai.

- (d) Le cofacteur d'un élément d'une matrice carrée est indépendant de la valeur cet élément.
 Vrai Faux

Réponse correcte : vrai.

(e) Si A et B sont des matrices carrées alors $\det(AB) = \det A \times \det B$.

Vrai Faux

Réponse correcte : faux.

(f) Soit une matrice A . Une matrice inverse de A est une matrice A' qui vérifie $AA' = A'A = \mathbf{1}$.

Vrai Faux

Réponse correcte : faux.

(g) Si on multiplie une matrice carrée A par la transposée de la matrice dont les éléments sont les cofacteurs de A , on obtient un multiple de la matrice identité.

Vrai Faux

Réponse correcte : vrai.

(h) Si A est une matrice carrée et X un de ses vecteurs propres de valeur propre λ alors l'égalité $AX = \lambda X$ est équivalente à $(A - \lambda)X = 0$.

Vrai Faux

Réponse correcte : faux.

(i) Si

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

est un vecteur propre de valeur propre 2, si

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

est un vecteur propre de valeur propre de valeur propre -4 et si

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

est un vecteur propre de valeur propre 3 alors la matrice

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

est telle que

$$S^{-1}AS = \text{diag}(2, -4, 3).$$

Vrai Faux

Réponse correcte : faux.

(j) Si A, B sont deux matrices carrées de même dimension, alors le déterminant de leur somme est égal à la somme de leurs déterminants.

Vrai Faux

Réponse correcte : faux.

(k) Si X est un vecteur propre de la matrice $2A$, alors c'est aussi un vecteur propre de A .

Vrai Faux

Réponse correcte : vrai

(l) Si A est diagonalisable, alors A^2 l'est aussi.

Vrai Faux

Réponse correcte : vrai

(m) Les valeurs propres de l'inverse d'une matrice inversible sont les inverses des valeurs propres de la matrice.

Vrai Faux

Réponse correcte : vrai