



1, 2, 3...Sciences

Année académique 2019-2020

Mathématique et physique : 1er bloc

Test du 17-09-19

Correction

QUESTIONNAIRE

Problèmes élémentaires

Rédiger une solution des problèmes simples suivants.

Mathématique :

1. La masse volumique d'un matériau est la masse de celui-ci par unité de volume. Celle du hêtre sec est de 800 kg/m^3 . On dispose d'un petit rondin de hêtre sec pesant 500 g . Quel est son volume en cm^3 ?
2. Le prix d'un article d'un magasin a diminué un jour de 40% avant d'augmenter la semaine suivante de 40% . Déterminer le pourcentage de variation totale du prix sur cette semaine en précisant s'il s'agit d'une augmentation, d'une diminution ou d'un statu quo.

Physique :

3. Depuis le haut de la corniche d'un building, on propulse un objet verticalement vers le haut avec une vitesse de 72 km/h . L'accélération de la pesanteur étant considérée comme égale à 10 m/s^2 , quelles seront la position et la vitesse de la balle deux secondes après le lancement ?

Transcodage

1. Exprimer en **français** la définition ci-dessous (**ATTENTION : ne pas se limiter à une lecture de symboles**. Par exemple, on exprime « $a + b$ avec $a, b \in \mathbb{R}$ » par « la somme de deux réels » et non « a plus b avec a, b appartenant à \mathbb{R} ») :

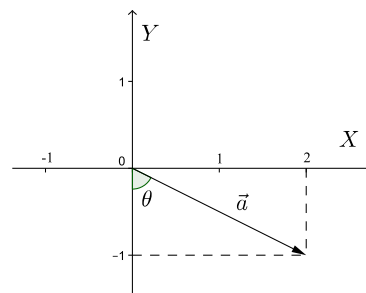
$$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x), \quad \forall x \in]0, +\infty[.$$

2. Exprimer en **symboles mathématiques** la phrase entre guillemets :
« L'énergie cinétique d'un corps est égale à la moitié du produit de sa masse par le carré de sa vitesse. »

Représentation graphique

1. Soit un objet de masse m pouvant se déplacer sans frottement sur une surface horizontale, symbolisée par la feuille. Deux forces lui sont appliquées en même temps, une vers la droite de 4 N et une de 2 N vers le bas (cf. les directions définies par les axes du dessin). L'accélération qu'il subit alors est représentée par le vecteur \vec{a} sur le graphique, dont les axes sont gradués en m/s^2 . Que valent alors

- (a) la norme de l'accélération,
- (b) la masse de l'objet,
- (c) la projection sur X de l'accélération,
- (d) la valeur de $\text{tg}(\theta)$?



2. Dans un **même** repère orthonormé, représenter avec précision les courbes dont voici les équations en accompagnant le graphique de la lettre précédant l'équation.
(a) $x - 4 = 0$ (b) $x - 4 = -y$ (c) $x^2 - 4 = -y$ (d) $x^2 - 4 = -y^2$

Techniques de calcul

1. Résoudre (x est une inconnue réelle)

(a) $\frac{3-2x}{5} = \frac{x}{2} - \frac{x+1}{4}$

(b) $\frac{2}{x} = 2x - 1$

(c) $\frac{x}{5x-2} \geq 2$.

2. Résoudre (x est une inconnue réelle)

$$\sin^2(2x) - 2\cos(2x) = 2.$$

Donner les solutions qui appartiennent à $]-2\pi, 2\pi]$.

QCM

(Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations **celle** qui est correcte et colorier **complètement** la case qui la précède.

1. Laquelle des fonctions suivantes possède un graphique intersectant l'axe des ordonnées ?

$x \mapsto \frac{3-x}{x}$

$x \mapsto \ln(x) - 1$

$x \mapsto \sqrt{3x-2}$

$x \mapsto x^2 + x + 1$

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

2. Quand on dit qu'une population de cellules a augmenté de 25%, le nombre de cellules est

multiplié par 0,25

multiplié par 0,75

divisé par 0,75

divisé par 0,8

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

3. Un récipient d'un litre est rempli aux $3/4$ de son volume. On verse $3/7$ du contenu. Quelle quantité de décilitres a-t-on versée ?

$9/11$

$90/11$

$9/28$

$90/28$

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

4. Si f est la fréquence et l la longueur d'un pendule et si g est l'accélération due à la pesanteur, alors

on a $f = c\sqrt{\frac{g}{l}}$, où c désigne une constante strictement positive.

Si on veut une fréquence double, comment doit varier la longueur de ce pendule ?

Elle doit être divisée par $1/4$.

Elle doit être multipliée par 2.

Elle doit être divisée par 4.

Elle doit être diminuée de 50%.

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

5. En observant le graphique ci-dessous de la position d'un mobile en fonction du temps, on peut affirmer que

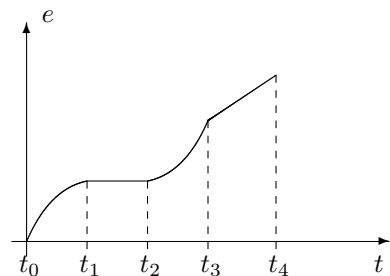
entre t_0 et t_1 , la vitesse du mobile augmente.

entre t_1 et t_2 , le mobile a une vitesse constante non nulle.

entre t_2 et t_3 , le mobile est animé d'un mouvement accéléré.

entre t_3 et t_4 , l'accélération du mobile augmente.

aucune des réponses précédentes n'est correcte.



CORRIGE

Problèmes élémentaires

Rédiger une solution des problèmes simples suivants.

Mathématique :

1. **La masse volumique d'un matériau est la masse de celui-ci par unité de volume. Celle du hêtre sec est de 800 kg/m^3 . On dispose d'un petit rondin de hêtre sec pesant 500 g . Quel est son volume en cm^3 ?**

Solution. Puisque la masse volumique du hêtre sec est de

$$800 \text{ kg/m}^3 = 800 \times \frac{1000}{100^3} \text{ g/cm}^3 = 0,8 \text{ g/cm}^3,$$

500 g correspondent à un volume de $500/0,8 = 625 \text{ cm}^3$.

Le volume du rondin est donc de 625 cm^3 .

2. **Le prix d'un article d'un magasin a diminué un jour de 40% avant d'augmenter la semaine suivante de 40% . Déterminer le pourcentage de variation totale du prix sur cette semaine en précisant s'il s'agit d'une augmentation, d'une diminution ou d'un statu quo.**

Solution. Soit P le prix initial de l'article. Après la diminution, il passe à $P - 0,4P = 0,6P$. La semaine suivante, l'augmentation de 40% l'amène à $(0,6P) \cdot 1,4 = 0,6P + 0,4 \times 0,6P = 0,84P$. Au final, le prix a donc subi une diminution de 16% .

Physique :

3. **Depuis le haut de la corniche d'un building, on propulse un objet verticalement vers le haut avec une vitesse de 72 km/h . L'accélération de la pesanteur étant considérée comme égale à 10 m/s^2 , quelles seront la position et la vitesse de la balle deux secondes après le lancement ?**

Solution. Considérons comme position initiale la corniche du building. La vitesse initiale v_0 vaut 72 km/h ou encore 20 m/s et l'accélération est considérée comme égale à -10 m/s^2 .

Puisque la vitesse est exprimée par $v(t) = -10t + v_0 = -10t + 20$ et la distance totale parcourue par $e(t) = -\frac{10}{2}t^2 + 20t + e_0 = -5t^2 + 20t$, on a, après deux secondes, $v(2) = -20 + 20 = 0$ et $e(2) = -20 + 40 = 20$.

Deux secondes après le lancement, la vitesse de la balle est donc de 0 m/s et la balle est située à 20 m au dessus de la corniche.

Transcodage

1. **Exprimer en français la propriété ci-dessous (ATTENTION : ne pas se limiter à une lecture de symboles. Par exemple, on exprime « $a + b$ avec $a, b \in \mathbb{R}$ » par « la somme de deux réels » et non « a plus b avec a, b appartenant à \mathbb{R} ») :**

$$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x), \quad \forall x \in]0, +\infty[.$$

Solution. Le logarithme népérien de l'inverse d'un réel strictement positif vaut l'opposé du logarithme népérien de ce réel.

2. Exprimer en symboles mathématiques la phrase entre guillemets :

« L'énergie cinétique d'un corps est égale à la moitié du produit de sa masse par le carré de sa vitesse. »

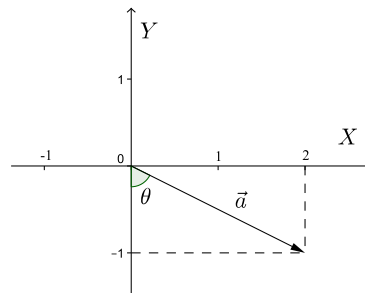
Solution. L'énergie cinétique E_c d'un corps de masse m animé d'une vitesse v est donnée par

$$E_c = \frac{mv^2}{2}.$$

Représentation graphique

1. Soit un objet de masse m pouvant se déplacer sans frottement sur une surface horizontale, symbolisée par la feuille. Deux forces lui sont appliquées en même temps, une vers la droite de 4 N et une de 2 N vers le bas (cf. les directions définies par les axes du dessin). L'accélération qu'il subit alors est représentée par le vecteur \vec{a} sur le graphique, dont les axes sont gradués en m/s^2 . Que valent alors

- la norme de l'accélération,
- la masse de l'objet,
- la projection sur X de l'accélération,
- la valeur de $\text{tg}(\theta)$?



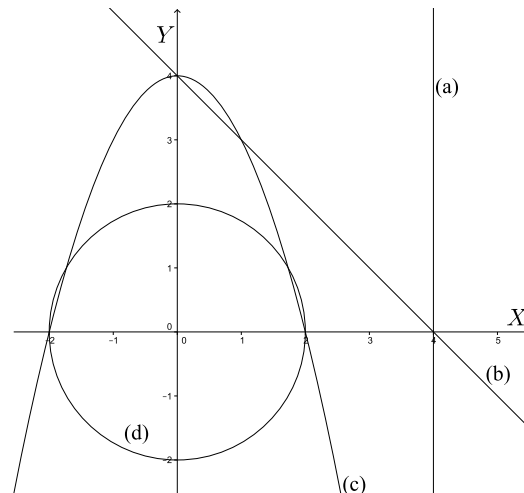
Solution. On a

- La norme de l'accélération vaut $\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}\text{ m/s}^2$.
- Puisque $\vec{F} = 2\vec{a}$, la masse de l'objet vaut 2 kg .
- La projection sur X de l'accélération est donnée par $|\vec{a}| \sin(\theta) = \sqrt{5} \sin(\theta)$.
- La valeur de $\text{tg}(\theta)$ vaut 2.

2. Dans un même repère orthonormé, représenter avec précision les courbes dont voici les équations en accompagnant le graphique de la lettre précédant l'équation.

Solution.

- $x - 4 = 0$
- $x - 4 = -y$
- $x^2 - 4 = -y$
- $x^2 - 4 = -y^2$



Techniques de calcul

1. Résoudre (x est une inconnue réelle)

(a) $\frac{3-2x}{5} = \frac{x}{2} - \frac{x+1}{4}$ (b) $\frac{2}{x} = 2x - 1$ (c) $\frac{x}{5x-2} \geq 2$.

Solution.

1. (a) On a

$$\begin{aligned} \frac{3-2x}{5} = \frac{x}{2} - \frac{x+1}{4} &\Leftrightarrow \frac{4(3-2x)}{20} = \frac{10x-5(x+1)}{20} \\ &\Leftrightarrow 12-8x = 10x-5x-5 \\ &\Leftrightarrow -13x = -17 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{17}{13}. \end{aligned}$$

Dès lors, l'ensemble des solutions est l'ensemble $S = \left\{ \frac{17}{13} \right\}$.

(b) Si $x \neq 0$, l'équation donnée est équivalente à $2x^2 - x - 2 = 0$.
Comme son discriminant $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 17$, les solutions sont

$$\frac{1 - \sqrt{17}}{4} \quad \text{et} \quad \frac{1 + \sqrt{17}}{4}.$$

Dès lors, l'ensemble des solutions est l'ensemble $S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{17}}{4}, \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \right\}$.

(c) Si $x \neq 2/5$, l'inéquation donnée est équivalente à

$$\begin{aligned} \frac{x}{5x-2} \geq 2 &\Leftrightarrow \frac{x-2(5x-2)}{5x-2} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-9x+4}{5x-2} \geq 0. \end{aligned}$$

En étudiant le signe du premier membre, on a $x \in]2/5, 4/9]$.

Dès lors, l'ensemble des solutions est l'ensemble $S =]2/5, 4/9]$.

2. Résoudre (x est une inconnue réelle)

$$\sin^2(2x) - 2 \cos(2x) = 2.$$

Donner les solutions qui appartiennent à $]-2\pi, 2\pi]$.

Solution. L'équation est définie sur \mathbb{R} . Puisque $\sin^2(2x) = 1 - \cos^2(2x)$, on obtient successivement

$$\begin{aligned} \sin^2(2x) - 2 \cos(2x) = 2 &\Leftrightarrow 1 - \cos^2(2x) - 2 \cos(2x) = 2 \\ &\Leftrightarrow \cos^2(2x) + 2 \cos(2x) + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (\cos(2x) + 1)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos(2x) = -1 \\ &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : 2x = \pi + 2k\pi \\ &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \end{aligned}$$

Dès lors, les solutions dans l'intervalle $]-2\pi, 2\pi[$ sont $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$.

QCM (Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations celle qui est correcte et colorier complètement la case qui la précède.

1. Laquelle des fonctions suivantes possède un graphique intersectant l'axe des ordonnées ?

$x \mapsto \frac{3-x}{x}$ $x \mapsto \ln(x) - 1$ $x \mapsto \sqrt{3x-2}$ $x \mapsto x^2 + x + 1$

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

2. Quand on dit qu'une population de cellules a augmenté de 25%, le nombre de cellules est

multiplié par 0,25 multiplié par 0,75
 divisé par 0,75 divisé par 0,8

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

3. Un récipient d'un litre est rempli aux $\frac{3}{4}$ de son volume. On verse $\frac{3}{7}$ du contenu. Quelle quantité de décilitres a-t-on versée ?

9/11 90/11 9/28 90/28 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

4. Si f est la fréquence et l la longueur d'un pendule et si g est l'accélération due à la pesanteur, alors

on a $f = c\sqrt{\frac{g}{l}}$, où c désigne une constante strictement positive.

Si on veut une fréquence double, comment doit varier la longueur de ce pendule ?

Elle doit être divisée par 1/4. Elle doit être multipliée par 2.
 Elle doit être divisée par 4. Elle doit être diminuée de 50%.

Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

5. En observant le graphique ci-dessous de la position d'un mobile en fonction du temps, on peut affirmer que

- entre t_0 et t_1 , la vitesse du mobile augmente.
- entre t_1 et t_2 , le mobile a une vitesse constante non nulle.
- entre t_2 et t_3 , le mobile est animé d'un mouvement accéléré.
- entre t_3 et t_4 , l'accélération du mobile augmente.
- aucune des réponses précédentes n'est correcte.

