



Année académique 2022-2023

Mathématique : 1er bloc

Chimie - Géologie - Informatique

Test du 15-09-22

Correction

QUESTIONNAIRE

Problème élémentaire et Transcodage (A rédiger sur une **feuille** avec **NOM Prénom** et **Section**)

- Rédiger une résolution du problème élémentaire suivant en justifiant le raisonnement.
On achète 150 litres de lait chez un fermier. Pour vérifier s'il y a fraude, on pèse les 150 litres et on trouve 153,48 kg. Trouver combien de litres de lait ont été remplacés par de l'eau si un litre de lait non frelaté pèse 1030 g.
- Transcoder cette définition (l'exprimer en français). (**ATTENTION : ne pas se limiter à une lecture de symboles.** Par exemple, on exprime « $a - b$ avec $a, b \in \mathbb{R}$ » par « la différence des deux réels a, b » et non « a moins b avec a, b appartenant à \mathbb{R} »).
 (L'exponentielle du réel x se note $\exp(x)$)

$$\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

QCM (Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations **celle** qui est correcte et colorier **complètement** la case qui la précède.

- L'ensemble des solutions de l'équation

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{35}$$

- est vide.
- comprend 2 valeurs distinctes de même signe.
- comprend 2 valeurs de signes différents dont l'une appartient à $]0, 10[$.
- comprend 2 valeurs de signes différents dont l'une est inférieure à -10 .
- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

- L'inéquation $1/x \geq 1/x^3$ a pour ensemble de solutions

- $[1, +\infty[$ $[-1, 0[$ $]-\infty, -1] \cup]0, 1]$ $[-1, 0[\cup [1, +\infty[$
- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

- L'ensemble des solutions réelles de l'équation $x|x| + 1 = 0$ en l'inconnue x est un ensemble

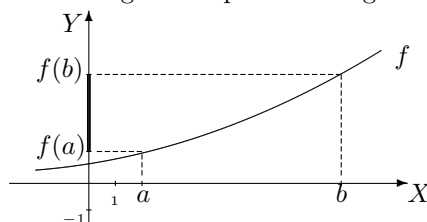
- vide formé d'un seul réel formé de 2 réels de même signe
- formé de 2 réels de signes opposés
- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

- L'équation $\sin(2x) + \cos(x) = 0$, $x \in [-\pi, \pi/2[$ possède

- 1 solution 2 solutions 3 solutions 4 solutions
- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

- Sur le graphique ci-contre, la longueur du segment représenté en gras est

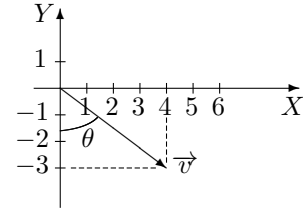
- $b - a$
- $f(b - a)$
- $f(b) - f(a)$
- $(b, f(b)) - (a, f(a))$
- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.



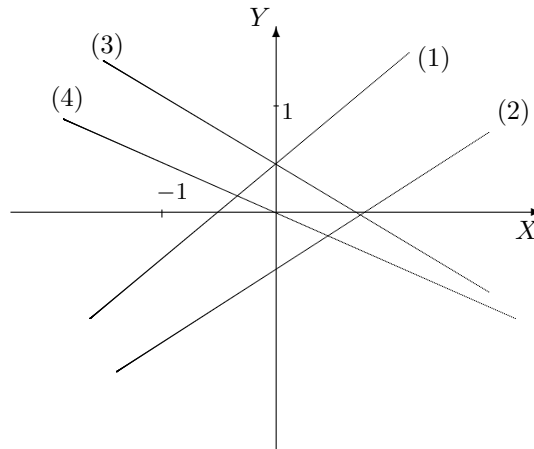
6. Si f est une fonction définie sur \mathbb{R} , le graphique de $F(x) = f(-x)$, $x \in \mathbb{R}$ est le symétrique du graphique de f par rapport à
- l'axe des abscisses
 - l'axe des ordonnées
 - la première bissectrice
 - l'origine du repère
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

7. Le graphique d'un polynôme du deuxième degré intersecte toujours
- l'axe des abscisses en un seul point
 - l'axe des abscisses en 2 points distincts
 - l'axe des ordonnées en un seul point
 - l'axe des ordonnées en 2 points distincts
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

8. Soit le vecteur \vec{v} représenté ci-contre.
- Les composantes de \vec{v} selon X et Y sont toutes les 2 positives.
 - La composante de \vec{v} selon X est donnée par $\|\vec{v}\| \sin(\theta)$.
 - La composante de \vec{v} selon Y est donnée par $\|\vec{v}\| \tan(\theta)$.
 - La valeur de $\cos(\theta)$ est 0,75.
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.



9. La représentation graphique de l'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ avec $a < 0$, $b > 0$ et $c \leq 0$ est donnée par le graphique numéroté
- (1)
 - (2)
 - (3)
 - (4)
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.



10. Si r est un réel strictement négatif alors $\sqrt{r^2} - r$ vaut
- 0
 - $\pm 2r$
 - $\pm r - r$
 - $-2r$
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
11. La fonction $f : x \mapsto \ln(\ln(x))$
- est définie sur \mathbb{R}_0
 - est définie sur $]0, +\infty[$
 - rencontre l'axe des abscisses en $x = e$
 - a pour dérivée $x \mapsto 1/\ln(x)$
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
12. La dérivée de la fonction $f : x \mapsto 2x + \cos^2(x)$, $x \in \mathbb{R}$ est une fonction
- paire
 - impaire
 - croissante
 - à valeurs toujours positives
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
13. Un astronaute se trouve dans une navette située à une distance d de la surface terrestre. Il regarde les deux points de la Terre les plus éloignés encore visibles de la navette et désire connaître la distance D entre lui et chacun de ces points en fonction de d et du rayon r de la Terre (la taille de l'astronaute est supposée négligeable par rapport aux autres dimensions). Alors D vaut
- $d + 2r$
 - $d + \sqrt{2rd}$
 - $\sqrt{d(d + 2r)}$
 - $\sqrt{r^2 + (d + r)^2}$
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

14. En informatique, la loi d'Amdahl

$$R = \frac{1}{(1-s) + s/N}$$

où N est le nombre de processeurs ($N > 1$) et s est la proportion d'activités parallélisables, indique le gain de temps qu'apporte un système multiprocesseur. Dès lors s vaut

- $\frac{N-1}{R-1}$ $\frac{N(R-1)}{1-N}$ $\frac{N(R-1)}{N-1}$ $\frac{N(R-1)}{R(N-1)}$
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

15. Un chimiste a 10 ml d'une solution qui contient une concentration d'acide à 25%. Il ajoute x ml d'acide pur pour augmenter la concentration à 40%. Alors x appartient à

- $[1/4, 3/4[$ $[3/4, 5/4[$ $[5/4, 7/4[$ $[7/4, 9/4[$
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

CORRIGE

Problème élémentaire et transcodage

1. Rédiger une solution du problème simple suivant.

On achète 150 litres de lait chez un fermier. Pour vérifier s'il y a fraude, on pèse les 150 litres et on trouve 153,48 kg. Trouver combien de litres de lait ont été remplacés par de l'eau si un litre de lait non frelaté pèse 1030 g.

Solution. Soit x le nombre de litres d'eau ajoutés; on a donc $(150 - x)$ litres de lait non frelaté. Comme $1030 \text{ g} = 1,03 \text{ kg}$, en ajoutant le poids de l'eau au poids du lait, on obtient

$$1x + 1,03(150 - x) = 153,48 \Leftrightarrow x - 1,03x = 153,48 - 154,50 \Leftrightarrow 0,03x = 1,02 \Leftrightarrow x = 34.$$

Le fermier a donc ajouté 34 litres d'eau au lait.

2. Transcoder cette définition (l'exprimer en français).

(*ATTENTION* : ne pas se limiter à une lecture de symboles. Par exemple, on exprime « $a - b$ avec $a, b \in \mathbb{R}$ » par « la différence des deux réels a, b » et non « a moins b avec a, b appartenant à \mathbb{R} »).

(L'exponentielle du réel x se note $\exp(x)$)

$$\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y), \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Solution. L'exponentielle d'une somme de deux réels vaut le produit des exponentielles de chacun de ces réels.

QCM (Réponse correcte : +1; réponse incorrecte : -0,25; pas de réponse : 0)

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations celle(s) qui est (sont) correcte(s) et colorier complètement la case qui la précède.

1. L'ensemble des solutions de l'équation

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{35}$$

- est vide
 comprend 2 valeurs distinctes de même signe
 comprend 2 valeurs de signes différents dont l'une appartient à $]0, 10[$

- comprend 2 valeurs de signes différents dont l'une est inférieure à -10
- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

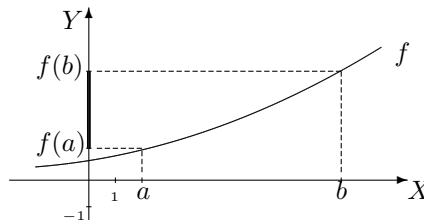
2. L'inéquation $1/x \geq 1/x^3$ a pour ensemble de solutions
- $[1, +\infty[$ $[-1, 0[$ $]-\infty, -1] \cup]0, 1]$ $[-1, 0[\cup [1, +\infty[$
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

3. L'ensemble des solutions réelles de l'équation $x|x| + 1 = 0$ en l'inconnue x est un ensemble
- vide formé d'un seul réel formé de 2 réels de même signe
 - formé de 2 réels de signes opposés
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

4. L'équation $\sin(2x) + \cos(x) = 0$, $x \in [-\pi, \pi/2[$ possède
- 1 solution 2 solutions 3 solutions 4 solutions
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

5. Sur le graphique ci-contre, la longueur du segment représenté en gras est

- $b - a$
- $f(b - a)$
- $f(b) - f(a)$
- $(b, f(b)) - (a, f(a))$

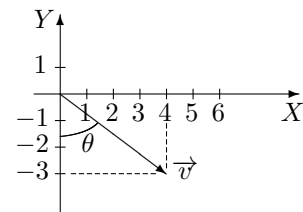


- Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

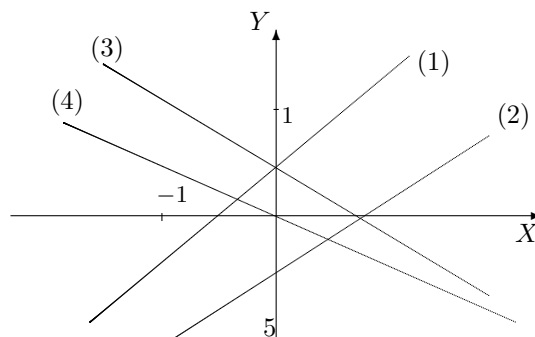
6. Si f est une fonction définie sur \mathbb{R} , le graphique de $F(x) = f(-x)$, $x \in \mathbb{R}$ est le symétrique du graphique de f par rapport à
- l'axe des abscisses l'axe des ordonnées la première bissectrice
 - l'origine du repère
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

7. Le graphique d'un polynôme du deuxième degré intersecte toujours
- l'axe des abscisses en un seul point l'axe des abscisses en 2 points distincts
 - l'axe des ordonnées en un seul point l'axe des ordonnées en 2 points distincts
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

8. Soit le vecteur \vec{v} représenté ci-contre.
- Les composantes de \vec{v} selon X et Y sont toutes les 2 positives.
 - La composante de \vec{v} selon X est donnée par $\|\vec{v}\| \sin(\theta)$.
 - La composante de \vec{v} selon Y est donnée par $\|\vec{v}\| \tan(\theta)$.
 - La valeur de $\cos(\theta)$ est 0,75.
 - Aucune des propositions précédentes n'est correcte.



9. La représentation graphique de l'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ avec $a < 0$, $b > 0$ et $c \leq 0$ est donnée par le graphique numéro
- (1) (2) (3) (4) Aucune des propositions précédentes n'est correcte.



10. Si r est un réel strictement négatif alors $\sqrt{r^2} - r$ vaut
 0 $\pm 2r$ $\pm r - r$ $-2r$
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
11. La fonction $f : x \mapsto \ln(\ln(x))$
 est définie sur \mathbb{R}_0 est définie sur $]0, +\infty[$ rencontre l'axe des abscisses en $x = e$
 a pour dérivée $x \mapsto 1/\ln(x)$ Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
12. La dérivée de la fonction $f : x \mapsto 2x + \cos^2(x)$, $x \in \mathbb{R}$ est une fonction
 paire impaire croissante à valeurs toujours positives
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
13. Un astronaute se trouve dans une navette située à une distance d de la surface terrestre. Il regarde les deux points de la Terre les plus éloignés encore visibles de la navette et désire connaître la distance D entre lui et chacun de ces points en fonction de d et du rayon r de la Terre (la taille de l'astronaute est supposée négligeable par rapport aux autres dimensions). Alors D vaut
 $d + 2r$ $d + \sqrt{2rd}$ $\sqrt{d(d + 2r)}$ $\sqrt{r^2 + (d + r)^2}$
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
14. En informatique, la loi d'Amdahl
- $$R = \frac{1}{(1 - s) + s/N}$$
- où N est le nombre de processeurs ($N > 1$) et s est la proportion d'activités parallélisables, indique le gain de temps qu'apporte un système multiprocesseur. Dès lors s vaut
 $\frac{N - 1}{R - 1}$ $\frac{N(R - 1)}{1 - N}$ $\frac{N(R - 1)}{N - 1}$ $\frac{N(R - 1)}{R(N - 1)}$
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.
15. Un chimiste a 10 ml d'une solution qui contient une concentration d'acide à 25%. Il ajoute x ml d'acide pur pour augmenter la concentration à 40%. Alors x appartient à
 $[1/4, 3/4[$ $[3/4, 5/4[$ $[5/4, 7/4[$ $[7/4, 9/4[$
 Aucune des propositions précédentes n'est correcte.