Année académique 2021-2022

Corrigé de l'examen de MATH2007 du 22 août 2022

Version 30 juin 2022

QUESTIONNAIRE

Théorie

Théorie 1.
Si a et b sont des réels vérifiant l'inégalité $a^2 - 4b > 0$, démontrer que le polynôme $x \mapsto x^2 + ax + b$ (où x désigne l'inconnue réelle) possède exactement deux zéros réels.

Théorie 2.
(2.1) Quelle est la définition de l'intégrabilité en $+\infty$ d'une fonction continue sur $[1, +\infty[$?
(2.2) Pour quelles valeurs du paramètre réel t la fonction $x \mapsto x^{-2t}$ est-elle intégrable sur $[1, +\infty[$? Justifier votre réponse en utilisant le point a).

Théorie 3. (Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)
Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations celle qui est correcte et colorier complètement la case qui la précède sur cette feuille.

(3.1) Pour rappel, on désigne le produit scalaire par $\bullet$ et le produit vectoriel par $\wedge$. Cela étant, soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Parmi les expressions suivantes, laquelle est un nombre ?
☐ $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge (\vec{v} \wedge \vec{u})$
☐ $(\vec{u} \bullet \vec{v}) \bullet (\vec{v} \wedge \vec{u})$
☐ $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \bullet (\vec{v} \wedge \vec{u})$
☐ $(\vec{u} \bullet \vec{v}) \wedge (\vec{v} \bullet \vec{v})$
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(3.2) Le conjugué de l'opposé d'un complexe z non réel et non imaginaire pur a toujours
☐ la même partie réelle que z.
☐ la même partie imaginaire que z.
☐ une partie réelle positive.
☐ une partie imaginaire positive.
☐ Aucune des autres réponses n'est correcte.

(3.3) Soit f une fonction définie sur un intervalle I à valeurs réelles et soit g une fonction définie sur un intervalle J qui contient l'image de f. Si α, β sont réels, si $\lim_{x\to\alpha} f(x) = \beta$ et si $\lim_{x\to\beta} g(x) = +\infty$, alors
☐ $\exists \varepsilon > 0\ \forall \eta > 0\ :\ x \geq \eta,\, x \in J\ \Rightarrow\ |(fog)(x) - \beta| \leq \varepsilon$.
☐ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \eta > 0\ :\ x \geq \eta,\, x \in I\ \Rightarrow\ |(gof)(x) - \alpha| \leq \varepsilon$.
☐ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \eta > 0\ :\ |x - \beta| \leq \eta,\, x \in J\ \Rightarrow\ (gof)(x) \geq \varepsilon$.
☐ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \eta > 0\ :\ |x - \alpha| \leq \eta,\, x \in I\ \Rightarrow\ (gof)(x) \geq \varepsilon$.
☐ Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

(3.4) Soit f une fonction continue sur l'intervalle ouvert $]c, d[$, à valeurs réelles et dont les limites en c et d (notées C, D) existent et diffèrent. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est toujours correcte ?
☐ L'image de f est incluse dans l'intervalle défini par C et D.
☐ L'image de f est incluse dans l'intervalle défini par c et d.
☐ $\exists r \in]c, d[$ tel que $\forall R$ compris entre C et D, on a $f(r) = R$.
☐ $\forall R \in]c, d[$, $\exists r$ compris entre C et D tel que $f(r) = R$.
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(3.5) Si f est une fonction qui est intégrable sur $]0, 1[$, alors
☐ sa limite en 0^+ n'est jamais infinie.
☐ le module de f est intégrable sur l'intervalle.
☐ sa limite en 0^+ est toujours finie.
☐ elle n'est jamais dérivable sur l'intervalle.
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

$\boxed{\textbf{\textit{Exercices}}}$

1. (1.1) Que vaut $\Big|1 - |y|\Big|$ en fonction de la valeur du réel y ?

   (1.2) Dans un repère orthonormé, on donne la droite d d'équation cartésienne $3x - 2y + 6 = 0$ et le point A de coordonnées $(5, -4)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite d' parallèle à la droite d et passant par le point A.

   (1.3) Résoudre l'équation suivante en l'inconnue réelle x.

$$\cos(x)\,\cos(3x) \;=\; -1/2$$

   Donner ensuite les solutions qui appartiennent à l'intervalle $[-\pi/2, 0]$.

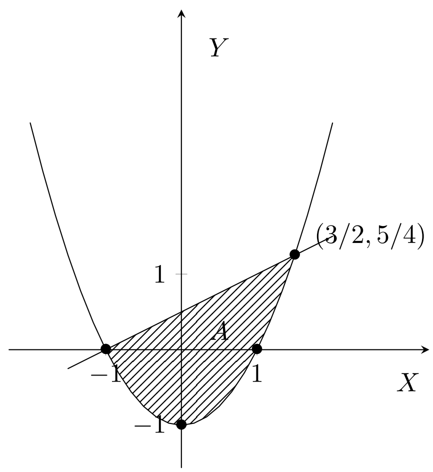
2. Si elles existent, déterminer les limites suivantes.

$$\text{(2.1)}\quad \lim_{x\to-\infty} (x\,\arctan(x)) \qquad\qquad \text{(2.2)}\quad \lim_{x\to+\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 2x}\right)$$

3. Si elles existent, déterminer la valeur des intégrales suivantes et simplifier votre réponse au maximum.

$$\text{(3.1)}\quad \int_0^{\pi/3} \sin^2(x)\,dx \qquad\qquad \text{(3.2)}\quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 1}\,dx$$

4. Décrire analytiquement l'ensemble A fermé hachuré suivant en commençant par l'ensemble de variation des ordonnées puis, à ordonnée fixée, l'ensemble de variation des abscisses. (L'une des courbes délimitant l'ensemble est une parabole et l'autre est une droite).



5. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle

$$D^2 f(x) + 2Df(x) + 1 = e^x - 1.$$

6. (2 points) Rédiger une résolution du problème suivant en justifiant le raisonnement.

   Un tonneau rempli à moitié d'eau pèse 56 kg. Rempli aux deux tiers d'eau, il pèse un centième de tonne de plus. Quelle est la capacité en hectolitres (hl) de ce tonneau et quelle est la masse en grammes (g) du tonneau vide ?

7. $\boxed{\text{QCM}}$

   (7.1) Que vaut $\sin(19\pi/6)$?
   ☐ $-\sqrt{3}/2$
   ☐ $-1/2$
   ☐ $1/2$

☐ $\sqrt{3}/2$
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(7.2) Quelle est la partie imaginaire du conjugué du carré du complexe $i(1+i)$?
☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ $-2i$
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(7.3) La fonction $\cos(x)\ \sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$ est une primitive de
☐ $-2\sin(x),\ x \in \mathbb{R}$.
☐ $2\cos(x),\ x \in \mathbb{R}$.
☐ $-\cos(2x),\ x \in \mathbb{R}$.
☐ $\cos(2x),\ x \in \mathbb{R}$.
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

CORRIGE

Théorie

Théorie 1.
Si a et b sont des réels vérifiant l'inégalité $a^2-4b>0$, démontrer que le polynôme $x \mapsto x^2+ax+b$ (où x désigne l'inconnue réelle) possède exactement deux zéros réels.

Pour une réponse « type », voir cours (syllabus et cours enseigné).

Théorie 2.
(2.1) Quelle est la définition de l'intégrabilité en $+\infty$ d'une fonction continue sur $[1,+\infty[$?
(2.2) Pour quelles valeurs du paramètre réel t la fonction $x \mapsto x^{-2t}$ est-elle intégrable sur $[1,+\infty[$? Justifier votre réponse en utilisant le point a).

Pour une réponse « type », voir cours (syllabus et cours enseigné).

Théorie 3. QCM

Pour chacune des questions suivantes, choisir parmi les différentes affirmations celle qui est correcte et colorier complètement la case qui la précède sur cette feuille.

(3.1) Pour rappel, on désigne le produit scalaire par $\bullet$ et le produit vectoriel par $\wedge$. Cela étant, soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Parmi les expressions suivantes, laquelle est un nombre ?
☐ $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge (\vec{v} \wedge \vec{u})$
☐ $(\vec{u} \bullet \vec{v}) \bullet (\vec{v} \wedge \vec{u})$
♣ $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \bullet (\vec{v} \wedge \vec{u})$
☐ $(\vec{u} \bullet \vec{v}) \wedge (\vec{v} \bullet \vec{v})$
☐ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(3.2) Le conjugué de l'opposé d'un complexe z non réel et non imaginaire pur a toujours
☐ la même partie réelle que z.
♣ la même partie imaginaire que z.
☐ une partie réelle positive.
☐ une partie imaginaire positive.
☐ Aucune des autres réponses n'est correcte.

(3.3) Soit f une fonction définie sur un intervalle I à valeurs réelles et soit g une fonction définie sur un intervalle J qui contient l'image de f. Si α, β sont réels, si $\lim_{x\to\alpha} f(x) = \beta$ et si $\lim_{x\to\beta} g(x) = +\infty$, alors
☐ $\exists \varepsilon > 0\ \forall \eta > 0\ :\ x \geq \eta,\ x \in J\ \Rightarrow\ |(fog)(x) - \beta| \leq \varepsilon.$
☐ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \eta > 0\ :\ x \geq \eta,\ x \in I\ \Rightarrow\ |(gof)(x) - \alpha| \leq \varepsilon.$
☐ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \eta > 0\ :\ |x-\beta| \leq \eta,\ x \in J\ \Rightarrow\ (gof)(x) \geq \varepsilon.$
♣ $\forall \varepsilon > 0\ \exists \eta > 0\ :\ |x-\alpha| \leq \eta,\ x \in I\ \Rightarrow\ (gof)(x) \geq \varepsilon.$
☐ Aucune des propositions précédentes n'est correcte.

(3.4) Soit f une fonction continue sur l'intervalle ouvert $]c,d[$, à valeurs réelles et dont les limites en c et d (notées C, D) existent et diffèrent. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est toujours correcte ?
□ L'image de f est incluse dans l'intervalle défini par C et D.
□ L'image de f est incluse dans l'intervalle défini par c et d.
□ $\exists r \in]c,d[$ tel que $\forall R$ compris entre C et D, on a $f(r) = R$.
□ $\forall R \in]c,d[$, $\exists r$ compris entre C et D tel que $f(r) = R$.
♣ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(3.5) Si f est une fonction qui est intégrable sur $]0,1[$, alors
□ sa limite en 0^+ n'est jamais infinie.
♣ le module de f est intégrable sur l'intervalle.
□ sa limite en 0^+ est toujours finie.
□ elle n'est jamais dérivable sur l'intervalle.
□ Aucune des autres propositions n'est correcte.

Exercices

1. **(1.1) Que vaut $\Big|1-|y|\Big|$ en fonction de la valeur du réel y ?**

Solution. Par définition, on a

$$|y| = \begin{cases} y & \text{si} \quad y \geq 0 \\ -y & \text{si} \quad y \leq 0. \end{cases}$$

Par conséquent, on obtient

$$\Big|1-|y|\Big| = \begin{cases} \Big|1-y\Big| & \text{si} \quad y \geq 0 \\ \Big|1+y\Big| & \text{si} \quad y \leq 0. \end{cases}$$

Comme par définition on a

$$|1-y| = \begin{cases} 1-y & \text{si} \quad y \leq 1 \\ y-1 & \text{si} \quad y \geq 1 \end{cases}$$

et

$$|1+y| = \begin{cases} 1+y & \text{si} \quad y \geq -1 \\ -1-y & \text{si} \quad y \leq -1, \end{cases}$$

on obtient finalement

$$\Big|1-|y|\Big| = \begin{cases} 1-y & \text{si} \quad 0 \leq y \leq 1 \\ y-1 & \text{si} \quad y \geq 1 \\ 1+y & \text{si} \quad -1 \leq y \leq 0 \\ -1-y & \text{si} \quad y \leq -1. \end{cases}$$

(1.2) Dans un repère orthonormé, on donne la droite d d'équation cartésienne $3x - 2y + 6 = 0$ et le point A de coordonnées $(5, -4)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite d' parallèle à la droite d et passant par le point A.

Solution. Toutes les droites parallèles à la droite d ont une équation du type $3x - 2y + c = 0$, donc d' également.
Cela étant, puisque d' passe par le point de coordonnées $(5, -4)$, on a $3 \times 5 - 2 \times (-4) + c = 0$, ce qui donne $c = -23$ et finalement d' a pour équation cartésienne $3x - 2y - 23 = 0$.
Remarquons que l'on peut également procéder comme suit.
L'équation cartésienne $3x - 2y + 6 = 0$ s'écrit aussi $y = (3/2)x + 3$. Le coefficient angulaire de d est donc égal à $3/2$; comme d' est parallèle à d, son coefficient angulaire vaut également $3/2$ et d' a ainsi pour équation $y + 4 = (3/2)(x - 5)$ c'est-à-dire $3x - 2y - 23 = 0$.

(1.3) Résoudre l'équation suivante en l'inconnue réelle x.

$$\cos(x)\,\cos(3x) = -1/2$$

Donner ensuite les solutions qui appartiennent à l'intervalle $[-\pi/2, 0]$.

Solution. L'équation est définie pour tout réel x. Cela étant, on a

$$\begin{array}{rcl}\cos(x)\,\cos(3x) = -1/2 & \Leftrightarrow & 2\cos(x)\,\cos(3x) = -1\\ & \Leftrightarrow & \cos(x+3x) + \cos(3x-x) = -1\\ & \Leftrightarrow & \cos(4x) + \cos(2x) = -1\\ & \Leftrightarrow & \cos(2x) = -1-\cos(4x)\\ & \Leftrightarrow & \cos(2x) = -2\cos^2(2x)\\ & \Leftrightarrow & \cos(2x)=0 \quad \text{ou} \quad \cos(2x) = -\dfrac{1}{2}.\end{array}$$

On a donc d'une part

$$\begin{array}{rcl}\cos(2x)=0 & \Leftrightarrow & \exists\, k\in\mathbb{Z} : 2x = \dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ & \Leftrightarrow & \exists\, k\in\mathbb{Z} : x = \dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},\end{array}$$

et d'autre part,

$$\begin{array}{rcl}\cos(2x) = -\dfrac{1}{2} & \Leftrightarrow & \exists\, k\in\mathbb{Z} : 2x = \dfrac{2\pi}{3}+2k\pi \quad \text{ou} \quad 2x = -\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi\\ & \Leftrightarrow & \exists\, k\in\mathbb{Z} : x = \dfrac{\pi}{3}+k\pi \quad \text{ou} \quad x = -\dfrac{\pi}{3}+k\pi.\end{array}$$

Dès lors, les solutions dans l'intervalle $[-\pi/2, 0]$ sont $-\pi/3$ et $-\pi/4$.

2. **Si elles existent, déterminer les limites suivantes.**

$$(2.1)\quad \lim_{x\to-\infty}(x\,\arctan(x)) \qquad\qquad (2.2)\quad \lim_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2-2x}\right)$$

Solution. **(2.1)** La fonction $x\mapsto x\,\arctan(x)$ est définie sur $\mathbb{R}$, ensemble non minoré ; le calcul de la limite en $-\infty$ peut donc être envisagé et on a directement

$$\lim_{x\to-\infty}(x\,\arctan(x)) = \ll\ (-\infty)\ .\ (-\pi/2)\ \gg = +\infty.$$

(2.2) La fonction $x\mapsto x-\sqrt{x^2-2x}$ est définie sur

$$\{x\in\mathbb{R} : x^2-2x\geq 0\} = \,]-\infty, 0]\cup[2,+\infty[,$$

ensemble non majoré ; le calcul de la limite en $+\infty$ peut donc être envisagé. Pour lever l'indétermination $\ll\ +\infty-\infty\ \gg$, on multiplie numérateur et dénominateur par le binôme conjugué de $x-\sqrt{x^2-2x}$; on a

$$\begin{array}{rcl}\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2-2x}) & = & \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-\sqrt{x^2-2x})(x+\sqrt{x^2-2x})}{x+\sqrt{x^2-2x}}\\ & = & \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-(x^2-2x)}{x+|x|\sqrt{1-2/x}}\\ & = & \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x(1+\sqrt{1-2/x})}\\ & = & 1.\end{array}$$

3. **Si elles existent, déterminer la valeur des intégrales suivantes et simplifier votre réponse au maximum.**

$$(3.1)\quad \int_0^{\pi/3}\sin^2(x)\,dx \qquad\qquad (3.2)\quad \int_0^{+\infty}\frac{1}{x^2+2x+1}\,dx$$

Solution. **(3.1)** La fonction $x \mapsto \sin^2(x)$ est continue sur $\mathbb{R}$; elle est donc intégrable sur l'intervalle fermé borné $[0, \pi/3]$. Cela étant, comme

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x)),$$

on a

$$\begin{aligned}
\int_0^{\pi/3} \sin^2(x)\ dx &= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/3} (1-\cos(2x))\ dx \\
&= \frac{1}{2}\left[x - \frac{\sin(2x)}{2}\right]_0^{\pi/3} \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 0 + \frac{1}{2}\sin(0)\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{24}.
\end{aligned}$$

(3.2) La fonction

$$f : x \mapsto \frac{1}{x^2+2x+1} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

est continue et à valeurs positives sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ donc sur $[0, +\infty[$, ensemble fermé non borné. Vérifions son intégrabilité en $+\infty$ en utilisant la définition. Pour $t > 0$, on a

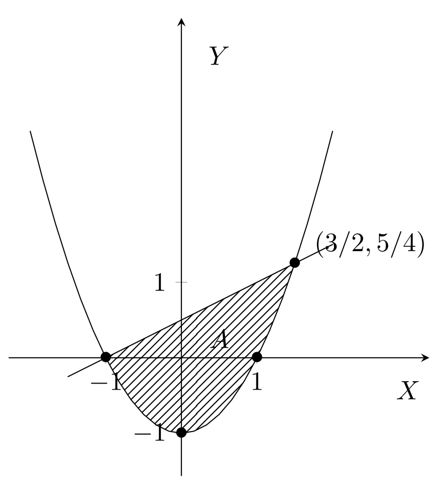
$$\begin{aligned}
\int_0^t \frac{1}{x^2+2x+1}\ dx &= \int_0^t \frac{1}{(x+1)^2}\ dx \\
&= -\left[\frac{1}{x+1}\right]_0^t \\
&= -\frac{1}{t+1} + 1.
\end{aligned}$$

Ainsi, on a

$$\lim_{t\to+\infty} \int_0^t \frac{1}{x^2+2x+1}\ dx = -\lim_{t\to+\infty}\left(\frac{1}{t+1}\right) + 1 = 1.$$

La limite étant finie, la fonction est intégrable en $+\infty$ donc sur $[0, +\infty[$ et son intégrale vaut 1.

4. **Décrire analytiquement l'ensemble A fermé hachuré suivant en commençant par l'ensemble de variation des ordonnées puis, à ordonnée fixée, l'ensemble de variation des abscisses. (L'une des courbes délimitant l'ensemble est une parabole et l'autre est une droite).**



Solution. La parabole passant par les trois points de coordonnées respectives $(-1,0)$, $(0,-1)$ et $(1,0)$ a pour équation cartésienne $y = x^2 - 1$ et la droite représentée a pour équation cartésienne $x - 2y + 1 = 0$.
D'autre part, on a

$$y = x^2 - 1 \Leftrightarrow x = -\sqrt{y+1} \text{ ou } x = \sqrt{y+1}$$

et

$$x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 1.$$

Dès lors, l'ensemble fermé hachuré est décrit analytiquement par

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [-1,0]\,,\ x \in \left[-\sqrt{y+1}, \sqrt{y+1}\right]\right\}$$
$$\cup \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \in \left[0, \frac{5}{4}\right],\ x \in \left[2y-1, \sqrt{y+1}\right]\right\}.$$

5. **Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle**

$$D^2f(x) + 2Df(x) + 1 = e^x - 1.$$

Solution. L'équation donnée est une équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2 non homogène puisqu'elle s'écrit encore

$$D^2f(x) + 2Df(x) = e^x - 2.$$

L'équation homogène associée est $D^2f + 2Df = 0$; le polynôme caractéristique est $z \mapsto z^2 + 2z$ dont les zéros sont -2 et 0. Il s'ensuit que les solutions de l'équation homogène sont les fonctions

$$f_H(x) = c_1\ + c_2\, e^{-2x},\ x \in \mathbb{R}$$

où c_1, c_2 sont des constantes complexes arbitraires.
Cherchons une solution particulière sur $\mathbb{R}$ puisque le second membre $g : x \mapsto e^x - 2$ est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. Comme g est une somme de deux fonctions, cherchons tout d'abord une solution particulière de $D^2f(x) + 2Df(x) = -2$ (*).
On voit immédiatement que la fonction $f_1(x) = -x,\ x \in \mathbb{R}$ est solution de (*).
Cherchons à présent une solution particulière de $D^2f(x) + 2Df(x) = e^x$ (**).
Le second membre de cette équation $x \mapsto 1.e^x$ est du type ≪ exponentielle-polynôme ≫, produit d'un polynôme de degré 0 et d'une exponentielle dont le coefficient 1 de l'argument n'est pas solution de l'équation caractéristique. Une solution particulière est donc de la forme

$$f_2(x) = A\, e^x,\ x \in \mathbb{R}$$

où A est une constante à déterminer.
Comme $Df_2(x) = Ae^x$ et $D^2f_2(x) = Ae^x$, en remplaçant dans (**), on a

$$Ae^x + 2Ae^x = e^x \Leftrightarrow 3Ae^x = e^x \Leftrightarrow A = \frac{1}{3}.$$

Ainsi, $f_2(x) = e^x/3,\ x \in \mathbb{R}$ et les solutions de l'équation donnée sont les fonctions

$$c_1\ + c_2\, e^{-2x} - x + \frac{e^x}{3},\ x \in \mathbb{R}$$

où c_1, c_2 sont des constantes complexes arbitraires.

6. **Rédiger une résolution du problème suivant en justifiant le raisonnement.**
Un tonneau rempli à moitié d'eau pèse 56 kg. Rempli aux deux tiers d'eau, il pèse un centième de tonne de plus. Quelle est la capacité en hectolitres (hl) de ce tonneau et quelle est la masse en grammes (g) du tonneau vide ?
Solution. Soient $x > 0$ la masse (en kilogrammes) du tonneau vide et $y > 0$ la capacité (en litres) de ce tonneau. Par ailleurs, 1 litre d'eau pèse 1 kg, 1 hectolitre vaut 100 litres et 1 tonne vaut 1000 kg. Dès lors, on obtient le système d'équations

$$\begin{cases} x + y/2 = 56 \\ x + 2y/3 = 66. \end{cases}$$

On a alors les équivalences suivantes

$$\begin{cases} 2y/3 - y/2 = 10 \\ x = 56 - y/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 3y = 60 \\ x = 56 - y/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 \\ x = 26. \end{cases}$$

Ainsi, la masse du tonneau vide vaut 26 kg, c'est-à-dire 26000 g, et sa capacité est de 60 l, c'est-à-dire 0,6 hl.

7. QCM (Réponse correcte : +1 ; réponse incorrecte : -0,25 ; pas de réponse : 0)

(7.1) Que vaut $\sin(19\pi/6)$?
□ $-\sqrt{3}/2$
♣ $-1/2$
□ $1/2$
□ $\sqrt{3}/2$
□ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(7.2) Quelle est la partie imaginaire du conjugué du carré du complexe $i(1+i)$?
□ 0
□ 1
♣ 2
□ $-2i$
□ Aucune des autres propositions n'est correcte.

(7.3) La fonction $\cos(x)\,\sin(x)$, $x \in \mathbb{R}$ est une primitive de
□ $-2\sin(x),\ x \in \mathbb{R}.$
□ $2\cos(x),\ x \in \mathbb{R}.$
□ $-\cos(2x),\ x \in \mathbb{R}.$
♣ $\cos(2x),\ x \in \mathbb{R}.$
□ Aucune des autres propositions n'est correcte.