

MATH2007 *Mathématique*

1er bloc sciences chimiques, géologiques & informatique

2020-2021

Table des matières (premier quadrimestre)

- CHAPITRE 1
- **CHAPITRE 2. Etude des fonctions : définitions de base, limites, continuité, dérivation, primitivation**
- **CHAPITRE 3**
- CHAPITRE 4
- CHAPITRE 5

Premières définitions

- Fonction (d'une variable réelle)
- Domaine de définition et image d'une fonction
- Graphe et graphique (ou représentation graphique) d'une fonction

Quelques exemples ...

Chapitre 2. (2.1) Définitions de base

Opérations entre fonctions

- Somme, produit, quotient
- Fonction de fonction

Quelques types de fonctions

- Fonction monotone
- Fonction convexe, concave

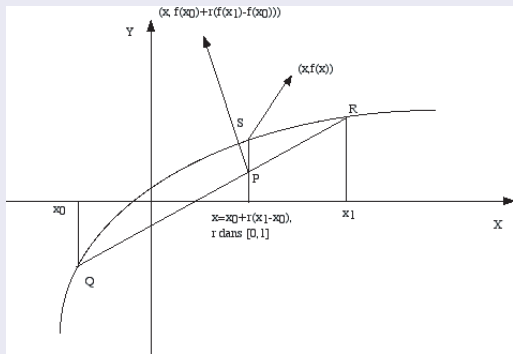
Chapitre 1. (2.1) Définition de base

Fonction convexe (et concave)

La fonction f est concave sur I lorsque

$$x_0, x_1 \in I \text{ et } r \in [0, 1]$$

$$\Rightarrow f(x_0 + r(x_1 - x_0)) \geq f(x_0) + r(f(x_1) - f(x_0)).$$



Chapitre 2. (2.1) Définitions de base

Quelques types de fonctions

- Fonction monotone
- Fonction convexe, concave
- Fonction périodique
- Fonction paire, fonction impaire

Fonction inverse d'une fonction injective

- Introduction
- Fonction injective, surjective, bijective
- Fonction inverse
- Graphe et graphique d'une fonction inverse

Une liste ...

- Valeur absolue
- Polynômes
- Fractions rationnelles
- Fonctions irrationnelles
- Fonctions trigonométriques et fonctions trigonométriques inverses
- Fonction exponentielle et logarithme (y compris
« a^x , x^a , $\log_a(x)$ »)

Polynômes

- Définition
- Zéros d'un polynôme, multiplicité
- Propriété d'annulation
- Propriété de factorisation
- « Division » des polynômes

Fractions rationnelles

- Définitions
- Décomposition d'une fraction rationnelle propre en fractions rationnelles simples

Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

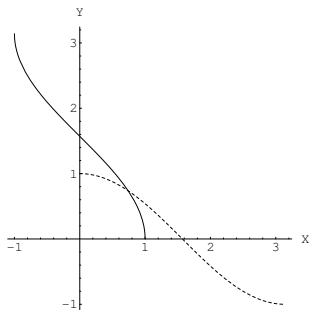
Fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses

- \sin , \cos , tg , cotg
- Fonction \arccos (inverse de la fonction cosinus dont le domaine a été réduit)

$$\begin{aligned}\cos &: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1] \quad \text{bijection} \\ (\cos)^{-1} = \arccos &: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi] \\ \cos(\arccos x) &= x, \quad \forall x \in [-1, 1] \\ \text{et } \arccos(\cos x) &= x, \quad \forall x \in [0, \pi].\end{aligned}$$

Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation de $\cos x$, $x \in [0, \pi]$ (en pointillés) et de $\arccos x$, $x \in [-1, 1]$.



Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses

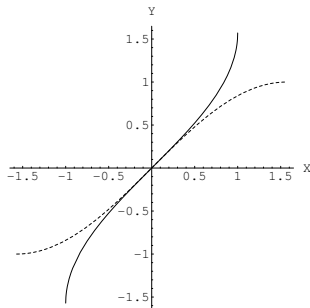
- \sin , \cos , tg , cotg
- Fonction \arcsin (inverse de la fonction sinus dont le domaine a été réduit)

$$\sin : [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow [-1, 1] \quad \text{bijection}$$
$$(\sin)^{-1} = \arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$$

$$\sin(\arcsin x) = x, \quad \forall x \in [-1, 1]$$
$$\text{et } \arcsin(\sin x) = x, \quad \forall x \in [-\pi/2, \pi/2].$$

Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation de $\sin x$, $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ (en pointillés) et de $\arcsin x$, $x \in [-1, 1]$.



Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

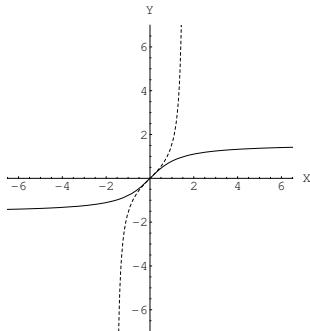
Fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses

- \sin , \cos , tg , cotg
- Fonction arctg (inverse de la fonction tangente dont le domaine a été réduit)

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} &:] -\pi/2, \pi/2[\rightarrow \mathbb{R} \quad \text{bijection} \\ (\operatorname{tg})^{-1} &= \operatorname{arctg} : \mathbb{R} \rightarrow] -\pi/2, \pi/2[\\ \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) &= x, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \text{et } \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) &= x, \quad \forall x \in] -\pi/2, \pi/2[.\end{aligned}$$

Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation de $\operatorname{tg} x$, $x \in]-\pi/2, \pi/2[$ (en pointillés) et de $\operatorname{arctg} x$, $x \in [-2\pi, 2\pi]$.



Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

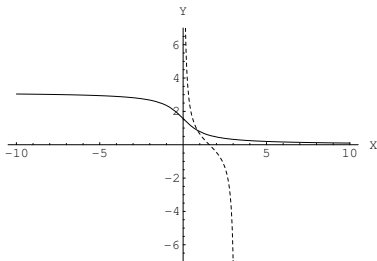
Fonctions trigonométriques et trigonométriques inverses

- \sin , \cos , tg , cotg
- Fonction $\operatorname{arccotg}$ (inverse de la fonction cotangente dont le domaine a été réduit)

$$\begin{aligned}\operatorname{cotg} &:]0, \pi[\rightarrow \mathbb{R} \quad \text{bijection} \\ (\operatorname{cotg})^{-1} &= \operatorname{arccotg} : \mathbb{R} \rightarrow]0, \pi[\\ \operatorname{cotg}(\operatorname{arccotg} x) &= x, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \text{et } \operatorname{arccotg}(\operatorname{cotg} x) &= x, \quad \forall x \in]0, \pi[.\end{aligned}$$

Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation de $\cotg x$, $x \in]0, \pi[$ (en pointillés) et de $\operatorname{arctog} x$, $x \in [-10, 10]$.



Fonction exponentielle

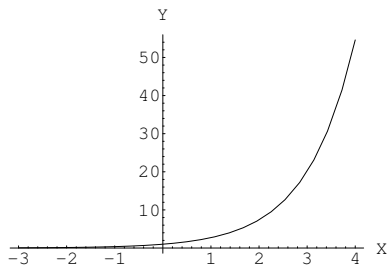
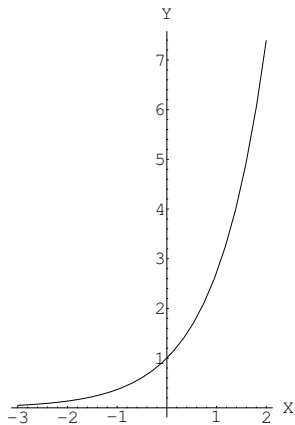
- Définition de la fonction exponentielle (par les séries)
- Notations et remarques !!!
- Premières propriétés fondamentales

Domaine de définition, image, valeur en 0, monotonie, propriété liant somme et produit, représentation graphique.

Définition du nombre e

Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation de la fonction exponentielle



Fonction logarithme népérien

- Définition de la fonction logarithme (comme fonction inverse de la fonction exponentielle)

Fonction logarithme népérien

- Définition de la fonction logarithme (comme fonction inverse de la fonction exponentielle)
- Premières propriétés fondamentales

Fonction logarithme népérien

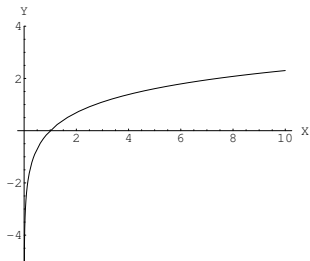
- Définition de la fonction logarithme (comme fonction inverse de la fonction exponentielle)
- Premières propriétés fondamentales

Domaine de définition, image, valeur en 1, monotonie, propriété liant somme et produit, représentation graphique.

Les preuves des propriétés s'obtiennent à partir de la définition et des propriétés de la fonction exponentielle (voir au Q2).

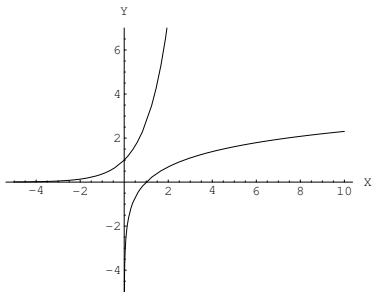
Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation de la fonction logarithme



Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Représentation des fonctions logarithme et exponentielle



Chapitre 2. (2.2) Fonctions élémentaires

Fonctions $x \mapsto a^x$, $x \mapsto x^a$, $x \mapsto \log_a(x)$