

Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

Les premiers pas

- Introduction « intuitive »
- Définition et interprétation graphique
- La notion de limite est fondamentale! La **continuité** et la **dérivabilité** sont des **cas particuliers de limites**

Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

Exemple d'une définition

La limite en $+\infty$ de la fonction f est égale à 1
s'écrit

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

et signifie (si on suppose que f est défini sur A , non majoré)

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0 \text{ tel que } |f(x) - 1| \leq \varepsilon, \forall x \in A, x \geq N$$

L'interprétation graphique est ... (tableau)

Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

Un autre exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1^-$$

signifie (si on suppose que f est défini sur $A =]0, r[$ avec $r > 0$)

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0 \text{ tel que } 0 \leq 1 - f(x) \leq \varepsilon, \forall x \in A, 0 < x < \eta$$

L'interprétation graphique est ... (tableau)

Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

Propriétés

Propriétés relatives à la limite des valeurs d'une somme de fonctions et à la limite des valeurs d'un produit de fonctions :

- cas où les deux limites sont finies
- cas où une limite est finie et l'autre infinie
- cas où les deux limites sont infinies
- les cas indéterminés

Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

Propriétés (suite)

Propriétés des limites relatives aux inégalités entre fonctions :

- cas de limites finies : le théorème de l'étau
- cas où la limite est infinie

Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

Propriétés (suite)

- Fonctions de fonctions
- Propriété relative aux limites des fonctions monotones

Propriétés (suite)

Autres :

- Propriétés des limites à gauche et à droite
- Un cas de limite bien utile dans l'étude de la continuité
- Utilisation des limites dans la définition des asymptotes (au graphique d'une fonction)

Fonctions élémentaires

Retour aux fonctions élémentaires : valeurs de leurs limites fondamentales

- Polynômes et fractions rationnelles
- Racines m-ièmes

Fonctions élémentaires

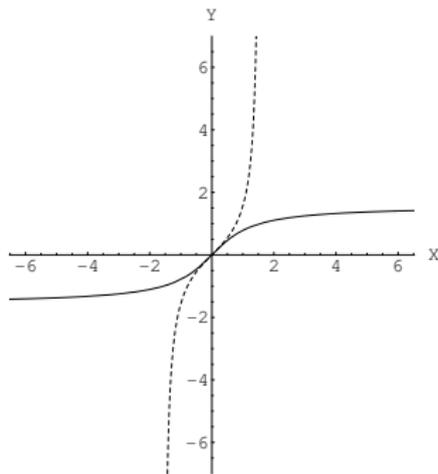
Retour aux fonctions élémentaires : valeurs de leurs limites fondamentales

- Polynômes et fractions rationnelles
- Racines m -ièmes
- Fonctions trigonométriques
- Fonctions trigonométriques inverses
- Fonctions exponentielle et logarithme

Chapitre 3. (3.1) Limite des valeurs des fonctions élémentaires

Fonctions tangente et arctangente

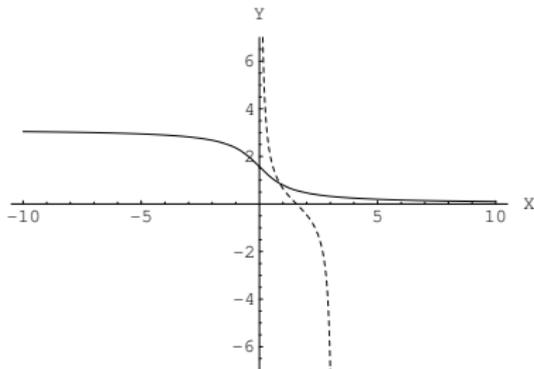
Représentation de $\operatorname{tg} x$, $x \in]-\pi/2, \pi/2[$ (en pointillés) et de $\operatorname{arctg} x$, $x \in [-2\pi, 2\pi]$.



Chapitre 3. (3.1) Limite des valeurs des fonctions élémentaires

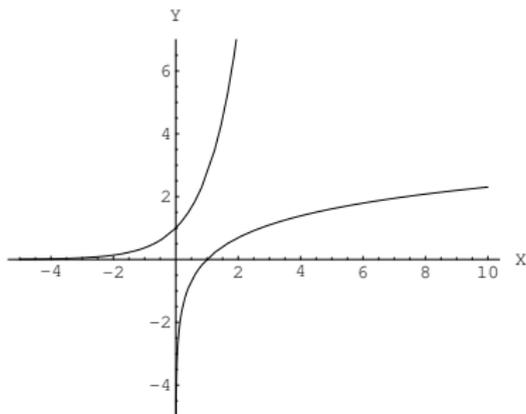
Fonctions cotangente et arcotangente

Représentation de $\cotg x$, $x \in]0, \pi[$ (en pointillés) et de $\operatorname{arccotg} x$, $x \in [-10, 10]$.



Chapitre 3. (3.1) Limite des valeurs des fonctions élémentaires

Fonctions exponentielle et logarithme



Chapitre 2. Quelques exemples de limites

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{2 - x - x^3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{2 - x}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sin(x)).$$