

## Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

### Les premiers pas

- Introduction « intuitive »
- Définition et interprétation graphique
- La notion de limite est fondamentale! La **continuité** et la **dérivabilité** sont des **cas particuliers de limites**

## Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

### Exemple d'une définition

La limite en  $+\infty$  de la fonction  $f$  est égale à 1  
s'écrit

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

et signifie (si on suppose que  $f$  est défini sur  $A$ , non majoré)

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0 \text{ tel que } |f(x) - 1| \leq \varepsilon, \forall x \in A, x \geq N$$

L'interprétation graphique est ... (tableau)

## Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

### Un autre exemple

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1^-$$

signifie (si on suppose que  $f$  est défini sur  $A = ]0, r[$  avec  $r > 0$ )

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0 \text{ tel que } 0 \leq 1 - f(x) \leq \varepsilon, \forall x \in A, 0 < x < \eta$$

L'interprétation graphique est ... (tableau)

## Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

### Propriétés

Propriétés relatives à la limite des valeurs d'une somme de fonctions et à la limite des valeurs d'un produit de fonctions :

- cas où les deux limites sont finies
- cas où une limite est finie et l'autre infinie
- cas où les deux limites sont infinies
- les cas indéterminés

## Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

### Propriétés (suite)

Propriétés des limites relatives aux inégalités entre fonctions :

- cas de limites finies : le théorème de l'étau
- cas où la limite est infinie

## Chapitre 2. (2.4) Limite des valeurs d'une fonction

### Propriétés (suite)

- Fonctions de fonctions
- Propriété relative aux limites des fonctions monotones

### Propriétés (suite)

Autres :

- Propriétés des limites à gauche et à droite
- Un cas de limite bien utile dans l'étude de la continuité
- Utilisation des limites dans la définition des asymptotes (au graphique d'une fonction)

### Fonctions élémentaires

Retour aux fonctions élémentaires : valeurs de leurs limites fondamentales

- Polynômes et fractions rationnelles
- Racines m-ièmes



### Fonctions élémentaires

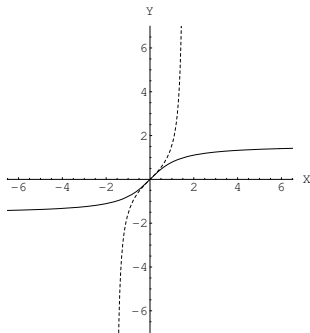
Retour aux fonctions élémentaires : valeurs de leurs limites fondamentales

- Polynômes et fractions rationnelles
- Racines  $m$ -ièmes
- Fonctions trigonométriques
- Fonctions trigonométriques inverses
- Fonctions exponentielle et logarithme

## Chapitre 3. (3.1) Limite des valeurs des fonctions élémentaires

### Fonctions tangente et arctangente

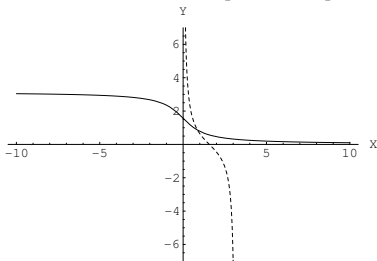
Représentation de  $\operatorname{tg} x$ ,  $x \in ]-\pi/2, \pi/2[$  (en pointillés) et de  $\operatorname{arctg} x$ ,  $x \in [-2\pi, 2\pi]$ .



## Chapitre 3. (3.1) Limite des valeurs des fonctions élémentaires

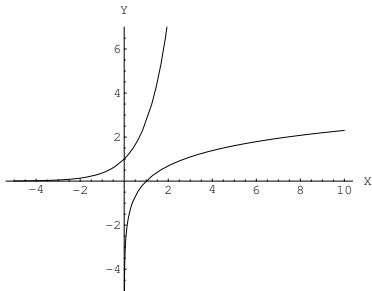
### Fonctions cotangente et arcotangente

Représentation de  $\cotg x$ ,  $x \in ]0, \pi[$  (en pointillés) et de  $\operatorname{arccotg} x$ ,  $x \in [-10, 10]$ .



## Chapitre 3. (3.1) Limite des valeurs des fonctions élémentaires

### Fonctions exponentielle et logarithme



## Chapitre 2. Quelques exemples de limites

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{2 - x - x^3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{2 - x}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sin(x)).$$